این فایل شامل اولین مرحله آزمون جامع ماز ویژه کنکور ۱۴۰۲ می‌باشد.

راستی با استفاده از کد تخفیف زیر میتونی در همایش های جمع بندی ماز **رایگان** شرکت کنی.

شنبه ۲۷ خرداد	شیمی (دکتر هادیان فرد)
یک‌شنبه ۲۸ خرداد	
چهارشنبه ۳۱ خرداد	حسابان (استاد عزیزی)
پنج‌شنبه ۱ تیر	
شنبه ۳ تیر	فیزیک (استاد رحمانی)
یک‌شنبه ۴ تیر	
سه‌شنبه ۶ تیر	ریاضیات گسسته (استاد دارابی)
چهارشنبه ۷ تیر	هندسه (استاد حسن‌زاده)

https://b2n.ir/x78052

کد تخفیف ۱۰۰ درصدی : hamayesh402

گروه آموزشی ماز

Z23

A

پنج‌شنبه

۱۴۰۲/۰۳/۲۵

گروه آموزشی ماز

پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ــ مرحله ۲۳

درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	اکبر کلاه ملکی ـ امیدرضا پورحسینی	جواد نظری ـ سجاد احمدی
فیزیک	جمال خمخاجی ـ عباس غریبی ـ ارسلان رحمانی ـ میثم دشتیان ـ سعید نصیری	مسعود قره‌خانی ـ رضا کریم‌زاده علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد ـ حسین ایروانی	فرهنگ امیری ـ امیرمهدی غلامی سجاد سیف‌اللهی
مدیر آزمون: رسول خنجری		

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش(الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

سری کتاب‌های جمع‌بندی در ۲۴ ساعت گروه آموزشی ماز

جهت تهیه این کتاب‌ها به سایت Bookital.ir یا اپلیکیشن بوکیتال مراجعه کنید.

از یکشنبه ۲۸ خرداد

دانلود نسخه اندروید

دانلود نسخه ios

دانلود نسخه ویندوز

Bookital.ir

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

» **برای دیدن تحلیل آزمون** میتونی QR کد زیر رو اسکن کنی یا روی لینک زیر بزن و برو به صفحه تحلیل آزمون :)

https://b2n.ir/p95461

» برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم **نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی**، کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد رو اسکن کنی تا صفحه نظرسنجی برات باز بشه!

https://b2n.ir/u22996

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۱- جملات سوم و پنجم یک دنباله هندسی صعودی به ترتیب برابر $\frac{۲}{۳}$ و ۶ است. با فرض $\log_۲^۵ = \frac{۷}{۳}$، مجموع لگاریتم‌های هفت جمله اول این دنباله کدام است؟

۱) ۲/۴ ۲) ۲/۱ ۳) ۳/۴ ۴) ۳/۱

پاسخ: گزینه ۲ (ریاضی ۱ ـ صفحات ۲۱ تا ۲۷ / حسابان ۱ ـ صفحات ۲ تا ٦ و ۸٦ و ۸۷ ـ دشوار)

پاسخ تشریحی:

$$\log_۲^۵ = \frac{\log ۵}{\log ۲} = \frac{۷}{۳} \Rightarrow \frac{۱-\log ۲}{\log ۲} = \frac{۷}{۳} \Rightarrow ۳-۳\log ۲ = ۷\log ۲ \Rightarrow \log ۲ = \frac{۳}{۱۰}$$

$$\frac{a_۵}{a_۳} = r^۲ \Rightarrow \frac{۶}{\frac{۲}{۳}} = r^۲ \xrightarrow{r>۰} r = ۳$$

$$a_۱ = \frac{a_۳}{r^۲} = \frac{\frac{۲}{۳}}{۹} = \frac{۲}{۲۷} \quad , \quad a_۷ = a_۵ \times r^۲ = ۶ \times ۹ = ۵۴$$

می‌دانیم اگر از جملات یک دنباله هندسی، لگاریتم بگیریم به یک دنباله حسابی می‌رسیم.

$$S_۷ = \frac{۷}{۲}(a_۱ + a_۷) = \frac{۷}{۲}(\log \frac{۲}{۲۷} + \log ۵۴) = \frac{۷}{۲}(\log \frac{۲}{۲۷} \times ۵۴) = \frac{۷}{۲}\log ۴ = ۷\log ۲ = ۷(\frac{۳}{۱۰}) = ۲/۱$$

گروه آموزشی ماز

۲- رأس سهمی $y = -۲x^۲ + ۸x + a$ روی عمودمنصف دو نقطه $A(۲,۱)$ و $B(-۳,۲)$ قرار دارد. فاصله رأس سهمی از مبدأ چند برابر a است؟

۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۷\sqrt{۲}}{۳}$ ۴) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}$

پاسخ: گزینه ٤ (ریاضی ۱ ـ صفحات ۷۸ تا ۸۲ / حسابان ۱ ـ صفحات ۲۹ تا ۳۲ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$(x-۲)^۲ + (y-۱)^۲ = (x+۳)^۲ + (y-۲)^۲ \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۴ + y^۲ - ۲y + ۱ = x^۲ + ۶x + ۹ + y^۲ - ۴y + ۴$$

$$\Rightarrow ۱۰x - ۲y + ۸ = ۰ \Rightarrow ۵x - y + ۴ = ۰ \quad \text{(عمودمنصف دو نقطه A و B)}$$

$$x = -\frac{b}{۲a} = \frac{-۸}{-۴} = ۲ \Rightarrow ۵(۲) - y + ۴ = ۰ \Rightarrow y = ۱۴ \Rightarrow S(۲,۱۴)$$

$$\Rightarrow OS = \sqrt{۴ + ۱۹۶} = \sqrt{۲۰۰} = ۱۰\sqrt{۲}$$

$$S(۲,۱۴) \in y = -۲x^۲ + ۸x + a \Rightarrow -۸ + ۱۶ + a = ۱۴ \Rightarrow a = ۶ \Rightarrow \frac{OS}{a} = \frac{۱۰\sqrt{۲}}{۶} = \frac{۵\sqrt{۲}}{۳}$$

گروه آموزشی ماز

۳- معادله‌های $x^۲ - mx - n = ۰$ و $۲x^۲ - ۵x - n = ۰$، دارای یک ریشه مشترک هستند. نسبت ریشه‌های غیرمشترک آن‌ها کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $-\frac{۱}{۳}$ ۳) -۲ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ٤ (حسابان ۱ ـ صفحات ۸ و ۹ ـ ساده)

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} x^۲ - mx - n = ۰ \rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-n}{۱} = -n \\ ۲x^۲ - ۵x - n = ۰ \rightarrow \alpha\gamma = \frac{c}{a} = \frac{-n}{۲} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم بر هم}} \frac{\beta}{\gamma} = \frac{-n}{-\frac{n}{۲}} = ۲$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۴- نمودار تابع $y=x^۴-x$ در بازه (a,b) زیر نمودار $y-۴x-۶=۰$ قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $\frac{۷}{۲}$

پاسخ: گزینه ۱ (ریاضی ۱ ـ صفحات ۸۸ تا ۹۱ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} y_۱ = x^۴ - x \\ y_۲ = ۴x+۶ \end{cases} \xrightarrow{y_۱<y_۲} x^۴ - x < ۴x+۶ \Rightarrow x^۴ - ۵x - ۶ < ۰$$

$$\Rightarrow x^۴ + x - ۶x - ۶ < ۰ \Rightarrow x(x^۳+۱) - ۶(x+۱) < ۰ \Rightarrow x(x+۱)(x^۲ - x + ۱) - ۶(x+۱) < ۰$$

$$\Rightarrow (x+۱)(x^۳ - x^۲ + x - ۶) < ۰ \Rightarrow (x+۱)(x^۳ - ۸ - x^۲ + x + ۲) < ۰$$

$$\Rightarrow (x+۱)((x-۲)(x^۲+۲x+۴) - (x-۲)(x+۱)) < ۰$$

$$\Rightarrow (x+۱)(x-۲)(x^۲+۲x+۴-x-۱) < ۰ \Rightarrow (x+۱)(x-۲)(x^۲+x+۳) < ۰$$

$$\Rightarrow (x+۱)(x-۲) < ۰ \Rightarrow -۱ < x < ۲ \Rightarrow (a,b) = (-۱,۲) \Rightarrow b-a = ۳$$

گروه آموزشی ماز

۵- نقاط $A(۴,۱۱)$ و $B(۱,۳)$، دو رأس یک مستطیل و دو ضلع مقابل به هم مستطیل، روی خطوط $y=ax+۳$ و $y=(۲a^۲-۶)x+۱$ قرار دارند. اندازه طول مستطیل کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{\sqrt{۱۵}}$ ۲) $\frac{۱۷}{\sqrt{۵}}$ ۳) $\frac{۱۹}{\sqrt{۵}}$ ۴) $\frac{۱۹}{\sqrt{۱۵}}$

پاسخ: گزینه ۳ (حسابان ۱ ـ صفحات ۳۳ تا ۳۵ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$۲a^۲ - ۶ = a \Rightarrow ۲a^۲ - a - ۶ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \rightarrow \begin{cases} y = ۲x+۳ \\ y = ۲x+۱ \end{cases} \\ a = -\frac{۳}{۲} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{-۳}{۲}x+۳ \\ y = -\frac{۳}{۲}x+۱ \end{cases} \end{cases}$$

با توجه به مختصات نقاط A و B، مقدار $a=۲$ قابل قبول است. $((۱,۳) \in y=۲x+۱)$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = ۲x+۳ \\ y = ۲x+۱ \end{cases} \Rightarrow d = \frac{|۳-۱|}{\sqrt{۴+۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} \Rightarrow \text{عرض مستطیل} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

$AB = \sqrt{۳^۲+۸^۲} = \sqrt{۷۳}$ ⇒ A و B دو رأس مقابل هستند. $\Rightarrow$ قطر مستطیل $= \sqrt{۷۳}$

$$\text{طول مستطیل} = \sqrt{\left(\sqrt{۷۳}\right)^۲ - \left(\frac{۲}{\sqrt{۵}}\right)^۲} = \sqrt{۷۳ - \frac{۴}{۵}} = \sqrt{\frac{۳۶۱}{۵}} = \frac{۱۹}{\sqrt{۵}}$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۶- توابع $g(x)=\frac{x+۷}{۴x-۴}+\frac{۲x^۲+۱۳x-۷}{x^۲+۹x+۱۴}$ و $f(x)=۳^{\frac{x}{۲}-۱}$ را در نظر بگیرید. اگر جواب معادله $f^{-۱}\left(g^{-۱}(x)\right)=b$ برابر ۳ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) $\log_۳^{۴۹}$ ۲) $\log_۳^{۳۶}$ ۳) $\log_۳^{۵۲}$ ۴) برای b مقداری وجود ندارد.

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۱ ـ صفحات ۸۰ تا ۸۷ و ۵۴ تا ۶۱ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$b=f^{-۱}\left(g^{-۱}(۳)\right)\ ,\ g(x)=\frac{x+۷}{۴x-۴}+\frac{(۲x-۱)(x+۷)}{(x+۲)(x+۷)}\xrightarrow{x\neq -۷}\frac{x+۷}{۴x-۴}+\frac{۲x-۱}{x+۲}$$

$$g(x)=۳\Rightarrow\frac{x+۷}{۴x-۴}+\frac{۲x-۱}{x+۲}=۳\Rightarrow\frac{x^۲+۷x+۲x+۱۴+۸x^۲-۱۲x+۴}{(۴x-۴)(x+۲)}=۳$$

$$\Rightarrow\frac{۹x^۲-۳x+۱۸}{۴x^۲+۴x-۸}=۳\Rightarrow۹x^۲-۳x+۱۸=۱۲x^۲+۱۲x-۲۴\Rightarrow۳x^۲+۱۵x-۴۲=۰$$

$$\Rightarrow(x-۲)(۳x+۲۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۲\rightarrow g^{-۱}(۳)=۲\\x=-۷\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$\Rightarrow b=f^{-۱}(۲)$$

$$۳^{\frac{x}{۲}-۱}=۲\Rightarrow\frac{x}{۲}-۱=\log_۳^۲\Rightarrow\frac{x}{۲}=۱+\log_۳^۲=\log_۳^۳+\log_۳^۲=\log_۳^۶\Rightarrow x=۲\log_۳^۶=\log_۳^{۳۶}$$

گروه آموزشی ماز

۷- نمودار تابع $f(x)=a(۳^{bx})$، نمودار تابع $y=\frac{۴x-۶}{۳}$ را در نقطه‌ای به طول ۶ قطع می‌کند. اگر $f^{-۱}(۲)=۳$ باشد، مقدار $f(۱۲)$ کدام است؟

۱) ۷۲ ۲) ۵۴ ۳) ۷۲۹ ۴) ۴۸۶

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۱ ـ صفحات ۷۲ تا ۷۷ و ۵۴ تا ۶۱ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

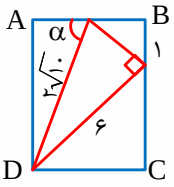
$$\left.\begin{array}{l}x=۶\Rightarrow y=\frac{۲۴-۶}{۳}=۶\Rightarrow(۶,۶)\in f\Rightarrow a(۳^{۶b})=۶\\f^{-۱}(۲)=۳\Rightarrow f(۳)=۲\Rightarrow a(۳^{۳b})=۲\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{تقسیم بر هم}}۳^{۳b}=۳\Rightarrow۳b=۱\Rightarrow b=\frac{۱}{۳}\Rightarrow a(۳^۱)=۲\Rightarrow a=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{۲}{۳}(۳^{\frac{۱}{۳}x})\Rightarrow f(۱۲)=\frac{۲}{۳}(۳^۴)=۲\times۲۷=۵۴$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۸- در شکل مقابل، چهارضلعی **ABCD** یک مستطیل است. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟

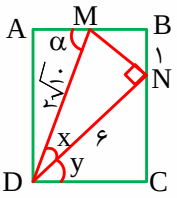


۱) $\frac{۶\sqrt{۳}+۵}{۳}$
۲) $\frac{۵\sqrt{۳}+۶}{۳}$
۳) $\frac{۳\sqrt{۵}+۵}{۳}$
۴) $\frac{۶\sqrt{۵}+۵}{۳}$

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۲ ـ صفحات ۴۲ و ۴۳ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

شکل مقابل را در نظر بگیرید:



$$MN=\sqrt{(۲\sqrt{۱۰})^۲-۶^۲}=\sqrt{۴۰-۳۶}=۲\Rightarrow \tan x=\frac{MN}{DN}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$$

$$MB=\sqrt{۲^۲-۱^۲}=\sqrt{۳}\Rightarrow \tan y=\frac{MB}{BN}=\frac{\sqrt{۳}}{۱}=\sqrt{۳}$$

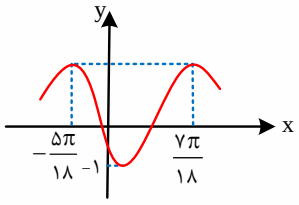
زوایای $B\hat{N}M$ و $N\hat{D}C$ با هم برابرند. (هر دو زاویه متمم زاویه $D\hat{N}C$ هستند.)

$$\tan\alpha=\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{۱-\tan x\tan y}=\frac{\frac{۱}{۳}+\sqrt{۳}}{۱-(\frac{۱}{۳})(\sqrt{۳})}=\frac{\frac{۱}{۳}+\sqrt{۳}}{۱-\frac{\sqrt{۳}}{۳}}=\frac{۱+۳\sqrt{۳}}{۳-\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha=\frac{۱+۳\sqrt{۳}}{۳-\sqrt{۳}}\times\frac{۳+\sqrt{۳}}{۳+\sqrt{۳}}=\frac{۳+\sqrt{۳}+۹\sqrt{۳}+۹}{۹-۳}=\frac{۱۰\sqrt{۳}+۱۲}{۶}=\frac{۵\sqrt{۳}+۶}{۳}$$

گروه آموزشی ماز

۹- شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $f(x)=a\sin(bx+\frac{\pi}{۳})+c$ است. اگر نمودار تابع f از نقطه $(-\frac{\pi}{۶},۲)$ عبور کند، از کدام نقطه زیر نیز عبور می‌کند؟



۱) $(-\frac{\pi}{۹},۰)$
۲) $(-\frac{\pi}{۹},۱)$
۳) $(-\frac{\pi}{۹},-۱)$
۴) $(-\frac{\pi}{۹},\sqrt{۳}-۱)$

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۲ ـ صفحات ۲۴ تا ۲۹ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$T=\frac{۷\pi}{۱۸}-\frac{-۵\pi}{۱۸}=\frac{۱۲\pi}{۱۸}=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow\frac{۲\pi}{|b|}=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow|b|=۳$$

با توجه به دامنه نمودار، متوجه می‌شویم که تبدیل x به $-x$ انجام نگرفته است، پس $b>۰$ و مقدار $b=۳$ قابل قبول است. همچنین با توجه به برد نمودار متوجه می‌شویم که تبدیل $f(x)$ به $-f(x)$ انجام گرفته است و در نتیجه $a<۰$ است.

$$\left.\begin{array}{l}\min=-۱\Rightarrow-|a|+c=-۱\Rightarrow a+c=-۱\\ f(-\frac{\pi}{۶})=۲\Rightarrow a\sin(-\frac{۳\pi}{۶}+\frac{\pi}{۳})+c=۲\Rightarrow a(-\frac{۱}{۲})+c=۲\end{array}\right\}\Rightarrow c=۱,a=-۲\Rightarrow f(x)=-۲\sin(۳x+\frac{\pi}{۳})+۱$$

$$f(-\frac{\pi}{۹})=-۲\sin(۰)+۱=۱$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۱۰- یک ریشه معادله $\tan(x+\frac{\pi}{4})-\tan(\frac{\pi}{4}-x)=m$ برابر $\frac{\pi}{12}$ است. مجموع ریشه‌های معادله در بازه $[0,\frac{3\pi}{2}]$ کدام است؟

۱) $\frac{5\pi}{4}$ ۲) $\frac{7\pi}{4}$ ۳) $\frac{5\pi}{2}$ ۴) $\frac{7\pi}{2}$

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۲ ـ صفحات ۴۱ و ۴۲ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$m=\tan(\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4})-\tan(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{12})=\tan(\frac{\pi}{3})-\tan(\frac{\pi}{6})=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

توجه: $(x+\frac{\pi}{4})+(\frac{\pi}{4}-x)=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\tan(\frac{\pi}{4}-x)=\cot(\frac{\pi}{4}+x)$

پس: $\tan(x+\frac{\pi}{4})-\cot(x+\frac{\pi}{4})=\frac{2\sqrt{3}}{3}\Rightarrow-2\cot(2(x+\frac{\pi}{4}))=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$\Rightarrow-2\cot(2x+\frac{\pi}{2})=\frac{2\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\tan 2x=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{6}$$

$$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}\Rightarrow x_1=\frac{\pi}{12},\ x_2=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12},x_3=\pi+\frac{\pi}{12}$$

$$\Rightarrow x_1+x_2+x_3=\frac{\pi}{2}+\pi+3(\frac{\pi}{12})=\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر $f(x)=\log(2x+8)+\log\frac{10}{x}$ و $g(x)=\sqrt{2x-2}+x-4$ و $h(x)=\big||3x-1|-1\big|$، مجموع ریشه‌های معادله $f\big(g(h(x))\big)=2$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{-1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $-\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینه ۳ (حسابان ۱ ـ صفحات ۱۰ تا ۱۳ و ۶۶ تا ۶۸ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$f(x)=2\Rightarrow\log(2x+8)+\log\frac{10}{x}=2\Rightarrow\log\frac{20x+80}{x}=2\Rightarrow\frac{20x+80}{x}=100\Rightarrow 20x+80=100x\Rightarrow x=1\Rightarrow g\big(h(x)\big)=1$$

$$g(x)=1\Rightarrow\sqrt{2x-2}+x-4=1\Rightarrow\sqrt{2x-2}=-x+5\Rightarrow 2x-2=x^2-10x+25\Rightarrow x^2-12x+27=0$$

$$\Rightarrow(x-3)(x-9)=0\Rightarrow\begin{cases}x=3\\ x=9\ \text{غ ق ق}\end{cases}\Rightarrow h(x)=3\Rightarrow\big||3x-1|-1\big|=3\Rightarrow\begin{cases}|3x-1|=4\\ |3x-1|=-2\ \text{غ ق ق}\end{cases}\Rightarrow 3x-1=\pm 4$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=\frac{5}{3}\end{cases}\Rightarrow x_1+x_2=\frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۱۲- فرض کنید $f(x)=۲x^۲+۴x-۱$ و $(x\le -۱)$، حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{f(x)}}{(f^{-۱}(x))^۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینه ۳ (حسابان ۱ ـ صفحات ۵۴ تا ۶۱ / حسابان ۲ ـ صفحات ۵۹ تا ۶۲ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$y=۲x^۲+۴x-۱=۲(x+۱)^۲-۳\Rightarrow(x+۱)^۲=\frac{y+۳}{۲}\Rightarrow x+۱=\pm\sqrt{\frac{y+۳}{۲}}$$

$$x=-۱\pm\sqrt{\frac{y+۳}{۲}}\xrightarrow{x\le -۱}x=-۱-\sqrt{\frac{y+۳}{۲}}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{۲x^۲+۴x-۱}}{(-۱-\sqrt{\frac{x+۳}{۲}})^۲}\sim\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{۲x^۲}}{(-\sqrt{\frac{x+۳}{۲}})^۲}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{۲}|x|}{\frac{x+۳}{۲}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{۲}x}{\frac{۱}{۲}x}=۲\sqrt{۲}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- تابع $f(x)=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+۱}-\sqrt{۴x-۸})}{x^۲+ax+b}$، با فرض $\lim\limits_{x\to۳}f(x)=\frac{-۳\sqrt{۳}}{۲۸}$، چند خط مجانب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۲ ـ صفحات ۵۵ تا ۵۷ و ۶۷ و ۶۸ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$\lim_{x\to۳}f(x)=\frac{۰}{۹+۳a+b}=-\frac{۳\sqrt{۳}}{۲۸}\Rightarrow۹+۳a+b=۰\ (۱)$$

$$\lim_{x\to۳}f(x)=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to۳}\frac{(\frac{۱}{۲\sqrt{x+۱}}-\frac{۴}{۲\sqrt{۴x-۸}})\sqrt{x}}{۲x+a}=\frac{(\frac{۱}{۴}-\frac{۲}{۲})\sqrt{۳}}{۶+a}=\frac{-\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}}{۶+a}=\frac{-۳\sqrt{۳}}{۲۸}$$

$$\Rightarrow۲۴+۴a=۲۸\Rightarrow a=۱\xrightarrow{(۱)}b=-۱۲$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+۱}-\sqrt{۴x-۸})}{x^۲+x-۱۲}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+۱}-\sqrt{۴x-۸})}{(x-۳)(x+۴)}$$

حد تابع در هیچ‌یک از ریشه‌های مخرج، نامتناهی نیست، پس تابع مجانب قائم ندارد :

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+۱}-\sqrt{۴x-۸})}{x^۲+x-۱۲}\sim\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-۲\sqrt{x})}{x^۲+x-۱۲}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x}{x^۲}=۰$$

پس، خط $y=۰$، تنها مجانب تابع است.

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۱۴- برای تابع $f(x)=\frac{ax[x]}{|x^۲-۱|+۲}$ داریم $f'_+(۰)-f'_-(۰)=-\frac{۲}{۳}$، مقدار a کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۲ ـ صفحات ۷۸ و ۷۹ و ۸۶ و ۸۷ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$f'(۰)=\lim_{x\to ۰}\frac{f(x)-f(۰)}{x-۰}=\lim_{x\to ۰}\frac{\frac{ax[x]}{|x^۲-۱|+۲}-۰}{x}=\lim_{x\to ۰}\frac{a[x]}{-x^۲+۱+۲}\Rightarrow\begin{cases}f'_+(۰)=\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{a[x]}{-x^۲+۳}=۰\\ f'_-(۰)=\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{a[x]}{-x^۲+۳}=\frac{a(-۱)}{۳}=-\frac{a}{۳}\end{cases}\Rightarrow ۰-(-\frac{a}{۳})=-\frac{۲}{۳}\Rightarrow a=-۲$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- مثلث‌های متساوی‌الساقین با محیط ۶ را در نظر بگیرید. مثلثی که بیشترین مساحت را دارد را حول قاعده دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

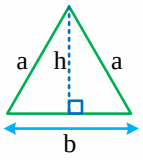
۱) ۲π ۲) ۴π ۳) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۴) $\frac{۴\pi}{۳}$

پاسخ: گزینه ۱ (حسابان ۲ ـ صفحات ۱۱۷ تا ۱۱۹ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$۲a+b=۶\Rightarrow a=\frac{۶-b}{۲},\ h^۲=a^۲-(\frac{b}{۲})^۲\Rightarrow h=\sqrt{a^۲-\frac{b^۲}{۴}}$$

$$S=\frac{۱}{۲}\sqrt{۹b^۲-۳b^۳}\Rightarrow S'=۰\Rightarrow ۱۸b-۹b^۲=۰\Rightarrow b=۲\Rightarrow h=\sqrt{۳}$$



پس مثلث موردنظر متساوی‌الاضلاع است و از دوران آن حول قاعده دو مخروط با حجم برابر حاصل می‌شود:

$$V=۲\times\frac{۱}{۳}\pi(h)^۲(\frac{b}{۲})=\frac{۲\pi}{۳}(\sqrt{۳})^۲(\frac{۲}{۲})=۲\pi$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- نقاط عطف تابع $y=\sqrt[۳]{x}(x-۴)$ روی کدام خط زیر قرار دارند؟

۱) $y=۵\sqrt[۳]{۲}x$ ۲) $y=-۵\sqrt[۳]{۲}x$ ۳) $y=-۳\sqrt[۳]{۲}x$ ۴) $y=۳\sqrt[۳]{۲}x$

پاسخ: گزینه ۳ (حسابان ۲ ـ صفحات ۱۳۱ تا ۱۳۴ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

$$y=x^{\frac{۱}{۳}}(x-۴)=x^{\frac{۴}{۳}}-۴x^{\frac{۱}{۳}}\Rightarrow y''=\frac{۴}{۹}x^{-\frac{۲}{۳}}+\frac{۸}{۹}x^{-\frac{۵}{۳}}=\frac{۴}{۹\sqrt[۳]{x^۲}}+\frac{۸}{۹\sqrt[۳]{x^۵}}$$

$$=\frac{۴(x+۲)}{۹\sqrt[۳]{x^۵}}\ \begin{matrix}=۰\to x=-۲\\ =۰\to x=۰\end{matrix}$$

تابع در نقاط -۲ و ۰، دارای مماس است، پس نقاط $(-۲,۶\sqrt[۳]{۲})$ و $(۰,۰)$ نقاط عطف تابع هستند.

$$y-۰=\frac{۶\sqrt[۳]{۲}}{-۲}(x-۰)\Rightarrow y=-۳\sqrt[۳]{۲}x$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۱۷- در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع واحد، دایره‌های محاطی داخلی و خارجی نظیر رأس A را رسم نموده‌ایم. طول مماس مشترک خارجی این دو دایره کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱ ۳) ۲/۵ ۴) ۲

پاسخ : گزینه ۲ (هندسه ۲ ـ صفحات ۲۱ تا ۲۶ ـ هندسه ۱ ـ صفحه ۳۵ ـ دشوار)

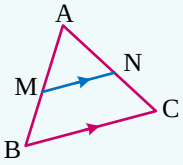
نکته۱:

در هر مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی و شعاع دایره‌های محاطی خارجی برابر است با:

$$r = \frac{\sqrt{۳}}{۶}a \ , \ r_a = r_b = r_c = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$$

نکته۲:

طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$، داریم:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

نکته۳:

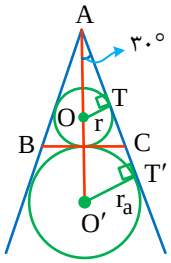
طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع‌های r' و r برابر $۲\sqrt{rr'}$ است.

پاسخ تشریحی:

روش اول:

می‌دانید که در مثلث متساوی‌الاضلاع داریم :

محاطی $r = \frac{\sqrt{۳}}{۶}a \ , \ r_a = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$



$$\overset{\triangle}{AOT}: \tan ۳۰^\circ = \frac{r}{AT} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۶}}{AT} \Rightarrow AT = \frac{۱}{۲}$$

حال تعمیم قضیهٔ تالس را در مثلث $AO'T'$ می‌نویسیم.

$$\frac{r}{r_a} = \frac{AT}{AT'} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۰/۵}{AT'} \Rightarrow AT' = ۱/۵$$

$$\Rightarrow TT' = AT' - AT = ۱/۵ - ۰/۵ = ۱$$

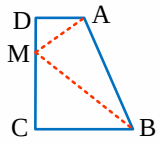
روش دوم:

دو دایره مماس خارج هستند، پس طول مماس مشترک آن‌ها برابر است با:

$$TT' = ۲\sqrt{rr'} = ۲\sqrt{\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۶}} = ۱$$

www.biomaze.ir
برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۱۸- در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ **ABCD** ، اندازه‌های **CD=۸** ، **BC=۶** و **AD=۲** هستند. نقطهٔ **M** روی ساق قائم **CD** متحرک است. کمترین مقدار **MA+MB** کدام است؟

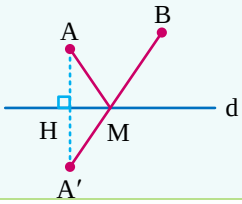


۱) $۵\sqrt{۲}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۸\sqrt{۲}$
۴) $۷\sqrt{۲}$

پاسخ : گزینه ۳ (هندسه ۲ ـ صفحه ۵۴ ـ دشوار)

نکته:

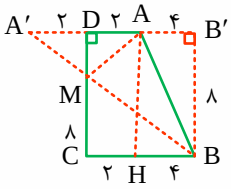
مطابق با مساله هرون، برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر AMB، به طوری که M روی خط d باشد، مطابق شکل، ابتدا بازتاب A را نسبت به d نقطهٔ A' نامیده، سپس از A' به B وصل می‌کنیم تا خط d را در M قطع کند که در این صورت پاره‌خط $A'B$ ، کوتاه‌ترین مسیر برابر با مسیر AMB خواهد بود.



پاسخ تشریحی:

طبق مسئلهٔ هرون، ابتدا بازتاب نقطهٔ A را نسبت به DC می‌یابیم. نقطهٔ A' مطابق شکل به دست می‌آید. اگر از A' به B وصل کنیم ضلع DC را در M قطع می‌کند و داریم:

$$MA+MB=MA'+MB=A'B$$

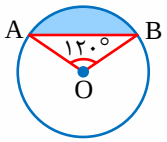


حال فاصلهٔ $A'B$ را با رابطهٔ فیثاغورس حساب می‌کنیم. در مثلث $A'B'B$ داریم :

$$A'B^{۲}=A'B'^{۲}+BB'^{۲}=۸^{۲}+۸^{۲}=۲\times۶۴\Rightarrow A'B=۸\sqrt{۲}$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۱۹- اگر در شکل زیر O مرکز دایره و $AB=۳$ باشد، مساحت قسمت سایه‌زده شده کدام است؟

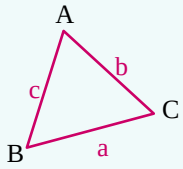


۱) $\pi-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۲) $\pi-\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\pi-\frac{\sqrt{۳}}{۴}$
۴) $\pi-\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$

پاسخ : گزینه ٤ (هندسه ۲ ـ صفحات ۱۲ و ٦٧ و ٧٤ ـ دشوار)

نکته۱:

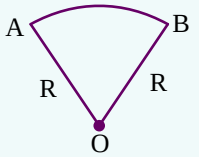
طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، با اضلاع $AB=c$، $AC=b$ و $BC=a$، داریم:



$$\begin{cases} a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A} \\ b^۲=a^۲+c^۲-۲ac\cos\hat{B} \\ c^۲=a^۲+b^۲-۲ab\cos\hat{C} \end{cases}$$

نکته۲:

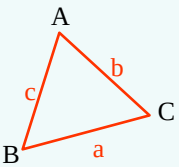
مساحت قطاع به شعاع R و زاویهٔ مرکزی θ° برابر است با:



$$S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\frac{\pi R^۲}{۳۶۰}\theta^\circ$$

نکته۳:

مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ به اضلاع $AB=c$، $AC=b$ و $BC=a$ برابر است با:



$$S_{\overset{\Delta}{ABC}}=\frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B}=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا به کمک قضیهٔ کسینوس‌ها شعاع دایره را می‌یابیم.

$$AB^۲=R^۲+R^۲-۲\times R\times R\times\cos۱۲۰^\circ\Rightarrow ۹=۲R^۲-۲R^۲\times(-\frac{۱}{۲})\Rightarrow ۹=۳R^۲\Rightarrow R^۲=۳\Rightarrow R=\sqrt{۳}$$

$$\text{قطاع } S=\frac{\alpha}{۳۶۰}\times\pi R^۲=\frac{\pi}{۳}\times(\sqrt{۳})^۲=\pi$$

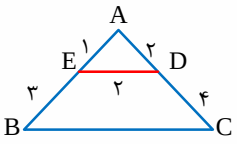
$$S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\frac{۱}{۲}\times R\times R\times\sin۱۲۰^\circ=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۳}\times\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$$

$$\text{مساحت سایه زده}=\text{قطاع } S-S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\pi-\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۲۰- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی **BCDE** کدام است؟

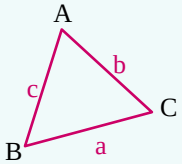


۱) $\frac{۱۱\sqrt{۱۵}}{۴}$
۲) $\frac{۱۱\sqrt{۱۵}}{۳}$
۳) $\frac{۱۱\sqrt{۱۵}}{۲}$
۴) $۱۱\sqrt{۱۵}$

پاسخ : گزینه ۱ (هندسه ۲ ـ صفحات ۶۷ و ۷۴ ـ متوسط)

نکته۱:

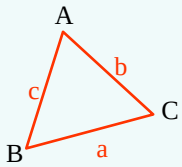
طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$، با اضلاع $AB=c$، $AC=b$ و $BC=a$، داریم:



$$\begin{cases} a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A} \\ b^۲=a^۲+c^۲-۲ac\cos\hat{B} \\ c^۲=a^۲+b^۲-۲ab\cos\hat{C} \end{cases}$$

نکته۲:

مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ به اضلاع $AB=c$، $AC=b$ و $BC=a$ برابر است با:



$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B}=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}$$

پاسخ تشریحی:

$$\overset{\triangle}{AED}: DE^۲=AE^۲+AD^۲-۲AE\times AD\times\cos\hat{A}\Rightarrow ۴=۱+۴-۲\times۱\times۲\times\cos\hat{A}\Rightarrow\cos\hat{A}=\frac{۱}{۴}$$

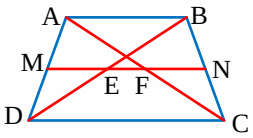
$$\Rightarrow\sin\hat{A}=\sqrt{۱-\frac{۱}{۱۶}}=\frac{\sqrt{۱۵}}{۴}$$

$$S_{BCDE}=S_{ABC}-S_{ADE}=\frac{۱}{۲}AB\times AC\times\sin\hat{A}-\frac{۱}{۲}AE\times AD\times\sin\hat{A}$$

$$=\frac{۱}{۲}\times۴\times۶\times\frac{\sqrt{۱۵}}{۴}-\frac{۱}{۲}\times۱\times۲\times\frac{\sqrt{۱۵}}{۴}=\frac{۱۱\sqrt{۱۵}}{۴}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در ذوزنقهٔ زیر اگر **M** و **N** وسط ساق‌ها باشند و $MN=۱۵$ و $EF=۵$ باشد، حاصل $\frac{AB}{DC}$ کدام است؟

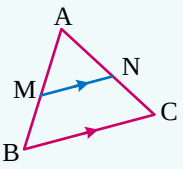


۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

پاسخ : گزینه ۱ (هندسه ۱ ـ صفحات ۳۴ تا ۳۶ ـ متوسط)

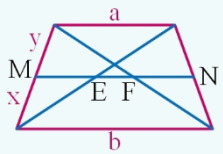
نکته۱:

طبق قضیه تالس و تعمیم آن، داریم:



$$MN\parallel BC\Rightarrow\begin{cases}\text{تالس}: \frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC} \\ \text{تعمیم تالس}: \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}\end{cases}$$

نکته۲:



$$MN=\frac{ax+by}{x+y}\quad,\quad EF=\frac{by-ax}{x+y}$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

پاسخ تشریحی:

روش اول:

$$MN||DC||AB \Rightarrow \overset{\Delta}{DAB}: \frac{ME}{AB}=\frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: \frac{FN}{AB}=\frac{۱}{۲} \quad (۲)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow FN=ME \xrightarrow[MN=۱۵]{EF=۵} ME=FN=۵$$

$$\Rightarrow AB=۱۰$$

حال در مثلث ADC قضیهٔ تالس را می‌نویسیم:

$$\frac{AM}{AD}=\frac{MF}{DC}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۱۰}{DC}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow DC=۲۰ \Rightarrow \frac{AB}{DC}=\frac{۱}{۲}$$

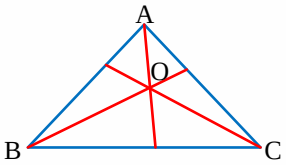
روش دوم:

مطابق نکتهٔ فوق داریم:

$$\left.\begin{array}{l} MN=\frac{AB+CD}{۲}=۱۵ \\ EF=\frac{CD-AB}{۲}=۵ \end{array}\right\} \rightarrow CD=۲۰ \ , \ AB=۱۰ \rightarrow \frac{AB}{CD}=\frac{۱}{۲}$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- محیط و مساحت مثلث شکل زیر به ترتیب ۲۴ سانتی‌متر و ۱۸ سانتی‌متر مربع است. اگر O محل برخورد نیمسازهای مثلث باشد، مجموع فواصل نقطهٔ O از سه ضلع مثلث چند سانتی‌متر است؟



۱) ۱/۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) ۴/۵

پاسخ : گزینه ٤ (هندسه ۲ ـ صفحات ۲۵ و ۲۶ ـ متوسط)

نکته۱:
دایره محاطی داخل مثلث، بر سه ضلع مثلث مماس است و فاصلهٔ مرکز آن از سه ضلع مثلث برابر است با شعاع دایره محاطی.

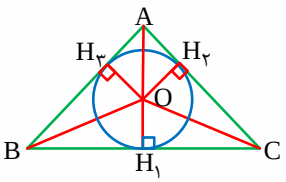
نکته۲:
مرکز دایره محاطی داخل مثلث، محل همرسی نیمساز زوایای داخلی مثلث است.

نکته۳:
شعاع دایره محاطی داخلی مثلثی با مساحت S و محیط $۲P$ برابر است با: $r=\frac{S}{P}$

پاسخ تشریحی:

مرکز دایرهٔ محاطی مثلث نقطهٔ همرسی سه نیمساز است. شعاع این دایره فاصلهٔ این نقطه از هر یک از سه ضلع مثلث می‌باشد، پس:

$$OH_۱+OH_۲+OH_۳=۳r=۳\times\frac{S}{P}=۳\times\frac{۱۸}{۱۲}=۴/۵$$



گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۲۳- سه نقطهٔ A ، B و C غیرواقع بر یک خط راست مفروض‌اند. مکان هندسی نقاطی از فضا که از این سه نقطه به یک فاصله‌اند، کدام است؟

۱) یک نقطه ۲) یک خط ۳) یک صفحه ۴) یک دایره

پاسخ : گزینه ۲ (هندسه ۱ ـ صفحه ۸۳ ـ هندسه ۲ ـ صفحات ۲۵ و ۲۶ ـ ساده)

نکته۱:
مرکز دایره محیطی مثلث از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است.

نکته۲:
خطی که در مرکز دایره محیطی مثلث بر صفحه مثلث عمود است، مکان هندسی نقاطی از فضا است که از سه رأس مثلث به یک فاصله‌اند.

پاسخ تشریحی:

نقطه‌ای که از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است، مرکز دایرهٔ محیطی مثلث است. خطی که در مرکز دایرهٔ محیطی بر صفحهٔ مثلث عمود است، مطلوب مسئله است.

گروه آموزشی ماز

۲۴- دترمینان ماتریس $A=\begin{bmatrix}-۲ & ۳ & ۴\\ ۰ & ۲ & ۵\\ ۰ & ۰ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۱\\ -۱ & ۲ & ۰\\ ۰ & -۲ & ۱\end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) ۷۲- ۲) ۳۶- ۳) ۳۶ ۴) ۷۲

پاسخ : گزینه ۱ (هندسه ۳ ـ صفحات ۲۷ تا ۳۰ ـ متوسط)

نکته۱:
دترمینان ماتریس ۳×۳ از بسط نسبت به یکی از سطرها یا ستون‌ها به دست می‌آید:

$$\begin{vmatrix}a_۱ & a_۲ & a_۳\\ b_۱ & b_۲ & b_۳\\ c_۱ & c_۲ & c_۳\end{vmatrix}=a_۱\begin{vmatrix}b_۲ & b_۳\\ c_۲ & c_۳\end{vmatrix}-a_۲\begin{vmatrix}b_۱ & b_۳\\ c_۱ & c_۳\end{vmatrix}+a_۳\begin{vmatrix}b_۱ & b_۲\\ c_۱ & c_۲\end{vmatrix}$$

نکته۲:

$$\begin{vmatrix}a_۱ & ۰ & ۰\\ b_۱ & b_۲ & ۰\\ c_۱ & c_۲ & c_۳\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_۱ & a_۲ & a_۳\\ ۰ & b_۲ & b_۳\\ ۰ & ۰ & c_۳\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & b_۲ & ۰\\ ۰ & ۰ & c_۳\end{vmatrix}=a_۱\times b_۲\times c_۳$$

نکته۳:

$$|AB|=|A|\times|B|$$

پاسخ تشریحی:

$$\begin{vmatrix}۲ & ۰ & ۱\\ -۱ & ۲ & ۰\\ ۰ & -۲ & ۱\end{vmatrix}=۲\begin{vmatrix}۲ & ۰\\ -۲ & ۱\end{vmatrix}+۰+۱\times\begin{vmatrix}-۱ & ۲\\ ۰ & -۲\end{vmatrix}=۴+۲=۶$$

$$\begin{vmatrix}-۲ & ۳ & ۴\\ ۰ & ۲ & ۵\\ ۰ & ۰ & ۳\end{vmatrix}=(-۲)(۲)(۳)=-۱۲$$

$$|A|=-۱۲\times۶=-۷۲$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۲۵- اگر $۲A=\begin{bmatrix}|A| & -۶\\ |A| & |A|\end{bmatrix}$ و A ماتریسی وارون‌پذیر باشد، آنگاه مقدار دترمینان $\frac{۱}{۲}A^{۴}A^{-۱}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) صفر ۴) ۲-

پاسخ : گزینه ٤ (هندسه ۳ ـ صفحات ۲۷ تا ۳۰ ـ دشوار)

نکته۱: $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=ad-bc$

نکته۲: $r\in\mathbb{R};|rA_{n\times n}|=r^{n}|A|$

نکته۳: $|A^{n}|=|A|^{n}$

نکته۴: $|AB|=|A||B|$

نکته۵: $|A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نکات، داریم:

$$۲A=\begin{bmatrix}|A| & -۶\\ |A| & |A|\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{از طرفین دترمینان می‌گیریم}}۴|A|=|A|^{۲}+۶|A|\Rightarrow|A|^{۲}+۲|A|=۰\Rightarrow|A|(|A|+۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}|A|=۰ \text{ غ ق ق}\\ |A|=-۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\left|\frac{۱}{۲}A^{۴}A^{-۱}\right|=\frac{۱}{۴}|A|^{۴}\times\frac{۱}{|A|}=\frac{۱}{۴}\times|A|^{۳}=\frac{۱}{۴}(-۲)^{۳}=\frac{-۸}{۴}=-۲$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- طول مماس مشترک خارجی دو دایره $x^{۲}+y^{۲}-۴x+۳=۰$ و $x^{۲}+y^{۲}-۱۰x+۲۱=۰$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

پاسخ : گزینه ۳ (هندسه ۲ ـ صفحه ۲۲ ـ هندسه ۳ ـ صفحات ٤۱ و ٤۲ ـ دشوار)

نکته۱:

مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره به معادله ضمنی $x^{۲}+y^{۲}+ax+by+c=۰$ عبارتند از :

$$O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})\ ,\ r=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^{۲}+b^{۲}-۴c}$$

نکته۲:

دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ با خط‌المرکزین d مماس خارج‌اند، اگر و فقط اگر $d=R+R'$

نکته۳:

اندازهٔ مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع‌های R و R' برابر $۲\sqrt{RR'}$ است.

پاسخ تشریحی:

$$C:x^{۲}+y^{۲}-۴x+۳=۰\Rightarrow x^{۲}-۴x+۴+y^{۲}-۱=۰$$

$$\Rightarrow(x-۲)^{۲}+y^{۲}=۱\Rightarrow O(۲,۰),R=۱$$

$$C':x^{۲}+y^{۲}-۱۰x+۲۱=۰\Rightarrow x^{۲}-۱۰x+۲۵-۴+y^{۲}=۰$$

$$\Rightarrow(x-۵)^{۲}+y^{۲}=۴\Rightarrow O'(۵,۰),R'=۲$$

$$OO'=|۲-۵|=۳\ ,\ R+R'=۱+۲=۳$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

$OO' = R + R'$ بنابراین دو دایره مماس خارجند. در این حالت طول مماس مشترک خارجی برابر است با :

$TT' = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۱\times۲} = ۲\sqrt{۲}$

گروه آموزشی ماز

۲۷- کانون‌های بیضی به صورت $F\begin{vmatrix}۱+\sqrt{۵}\\ ۰\end{vmatrix}$ و $F'\begin{vmatrix}۱-\sqrt{۵}\\ ۰\end{vmatrix}$ دو سر قطری از یک دایره‌اند. این دایره نیمساز ناحیهٔ اول را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) $۱+\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۳

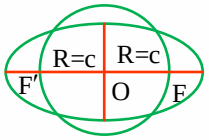
پاسخ : گزینه ۱ (هندسه ۳ ـ صفحه ۴۰ و ۴۸ ـ متوسط)

نکته۱:
در بیضی به فاصله کانونی $FF' = ۲c$ ، مرکز بیضی وسط FF' قرار دارد.

نکته۲:
معادله استاندارد دایره به مرکز (α,β) و شعاع r عبارتست از : $(x-\alpha)^۲ + (y-\beta)^۲ = r^۲$

شعاع دایره $۲c = FF' = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow c = \sqrt{۵} = R$

مرکز دایره = وسط FF' $= O\begin{vmatrix}۱\\ ۰\end{vmatrix}$



معادلهٔ دایره : $(x-۱)^۲ + (y-۰)^۲ = ۵$

$\xrightarrow{\text{نقطهٔ برخورد با } y=x} x^۲ - ۲x + ۱ + x^۲ = ۵$

$\Rightarrow ۲x^۲ - ۲x - ۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \ , \ x = -۱$

گروه آموزشی ماز

۲۸- به ازای کدام مقدار k ، معادلهٔ خط هادی سهمی به معادلهٔ $y^۲ = ۲x + ky$ به فرم $x = -\frac{۵}{۲}$ است؟

۱) ۲- ۲) ۳ ۳) ۴- ۴) ۶

پاسخ : گزینه ۳ (هندسه ۳ ـ صفحات ۵۲ تا ۵۵ ـ دشوار)

نکته۱:
معادلهٔ خط هادی سهمی افقی رو به راست به معادلهٔ $(y-k)^۲ = ۴a(x-h)$ به فرم $x = h - a$ است.

نکته۲:
برای تبدیل معادلهٔ سهمی غیراستاندارد به معادلهٔ متعارف، متغیر درجه ۱ و عدد ثابت را به طرف راست معادله برده و در سمت چپ، متغیر درجه ۲ را مربع کامل می‌کنیم، آن‌گاه از ضریب متغیر درجه ۱ فاکتور می‌گیریم.

پاسخ تشریحی:

مطابق درسنامه، معادله سهمی را به فرم متعارف تبدیل می‌کنیم:

$y^۲ - ky = ۲x \Rightarrow y^۲ - ky + \frac{k^۲}{۴} = ۲x + \frac{k^۲}{۴}$

$\Rightarrow (y - \frac{k}{۲})^۲ = ۲(x + \frac{k^۲}{۸}) \Rightarrow \begin{vmatrix}-\frac{k^۲}{۸}\\ \frac{k}{۲}\end{vmatrix} \ , \ ۴a = ۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$

خط هادی : $x = \frac{-k^۲}{۸} - \frac{۱}{۲} = \frac{-۵}{۲} \Rightarrow \frac{k^۲}{۸} = \frac{۴}{۲} \Rightarrow k^۲ = ۱۶ \Rightarrow k = \pm ۴$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

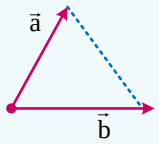
۲۹- اگر مساحت مثلث ساخته شده توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر ۳ و $|\vec{a}|=۲$ و $|\vec{b}|=۳$ باشد، طول تصویر بردار $\vec{a}$ بر بردار $\vec{b}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) صفر

پاسخ : گزینه ٤ (هندسه ۳ـ صفحات ۸۰ و ۸۲ و ۸٤ ـ متوسط)

نکته۱:

مساحت مثلث بنا شده روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر است با نصف اندازه ضرب خارجی دو بردار. $S=\frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}|$



نکته۲:

$$(\vec{a}.\vec{b})^۲+|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=|\vec{a}|^۲|\vec{b}|^۲$$

نکته۳:

تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ برابر است با: $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^۲}\vec{b}$

بدیهی است اگر دو بردار بر هم عمود باشند $(\vec{a}.\vec{b}=۰)$، تصویر هر یک بر دیگری، بردار صفر است.

پاسخ تشریحی:

مساحت مثلث $=\frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}|=۳\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|=۶$

$$(\vec{a}.\vec{b})^۲=|\vec{a}|^۲|\vec{b}|^۲-|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=۴\times۹-۳۶=۰\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}=۰$$

چون $\vec{a}.\vec{b}=۰$ است پس $\vec{a}\perp\vec{b}$ است و درنتیجه اندازهٔ تصویر a بر b برابر صفر است.

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر میانگین داده‌های جدول زیر برابر ۱۶ باشد، واریانس کدام است؟

x_i	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
f_i	۵	۷	۱۰	a	۳

۱) ۴/۵۵
۲) ۵/۴۵
۳) ۵/۵۵
۴) ۴/۴۵

پاسخ : گزینه ۳ (آمار و احتمال ـ صفحات ۸۵ و ۹٤ و ۱۰۰ ـ متوسط)

نکته۱:

اگر از همه داده‌ها به اندازهٔ میانگین کم کنیم، میانگین داده‌های جدید برابر صفر می‌شود.

نکته۲:

میانگین داده‌های $x_۱$ تا x_n با فراوانی $f_۱$ تا f_n برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=۱}^{n}f_ix_i}{\sum_{i=۱}^{n}f_i}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا ۱۶ واحد از هر یک از داده‌ها کم می‌کنیم تا جدول به صورت زیر شود.
اینک، میانگین این جدول را برابر صفر قرار می‌دهیم تا مقدار a به دست آید :

$x_i-۱۶$	-۴	-۲	۰	۲	۴
f_i	۵	۷	۱۰	a	۳

$$\bar{x}=\frac{۵\times(-۴)+۷\times(-۲)+۱۰\times۰+a\times۲+۳\times۴}{۵+۷+۱۰+a+۳}=۰$$

$$\Rightarrow-۲۰+(-۱۴)+۰+۲a+۱۲=۰\Rightarrow۲a=۲۲\Rightarrow a=۱۱$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

از آنجایی که کم کردن مقدار ثابتی از داده‌ها، مقدار واریانس را تغییر نمی‌دهد، پس واریانس داده‌های جدید را به دست می‌آوریم:

$$\sigma^2 = \frac{5\times(-4-0)^2+(7)\times(-2-0)^2+10\times(0-0)^2+11\times(2-0)^2+3\times(4-0)^2}{36} = \frac{200}{36} = 5/55$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

۱) $p \Leftrightarrow (p \vee \sim p)$ ۲) $p \Rightarrow (p \wedge \sim p)$ ۳) $p \Rightarrow (p \Leftrightarrow \sim p)$ ۴) $p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow p)$

پاسخ : گزینه ٤ (آمار و احتمال ـ صفحات ٦ تا ١٣ ـ متوسط)

نکته ۱:

$$\begin{cases} p \vee \sim p \equiv T \\ p \wedge \sim p \equiv F \end{cases}$$

نکته ۲:

$$\begin{cases} T \Leftrightarrow T \equiv T \\ F \Leftrightarrow F \equiv T \\ T \Leftrightarrow F \equiv F \\ F \Leftrightarrow T \equiv F \end{cases}$$

نکته ۳:

ترکیب شرطی دو گزاره، فقط زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد و در بقیه موارد درست است.

پاسخ تشریحی:

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$p \Leftrightarrow (p \vee \sim p)$	$p \wedge \sim p$	$p \Rightarrow (p \wedge \sim p)$	$p \Leftrightarrow \sim p$	$p \Rightarrow (p \Leftrightarrow \sim p)$	$\sim p \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow p)$
T	F	T	T	F	F	F	F	T	T
F	T	T	F	F	T	F	T	F	T

با توجه به جدول ارزش گزاره، گزینهٔ (۴) درست است.

گروه آموزشی ماز

۳۲- متمم مجموعهٔ $C \cup A' \cup B'$ نسبت به مجموعهٔ مرجع با کدام مجموعه برابر نیست؟

۱) $(A \cap B) - (A \cap C)$ ۲) $(A - C) \cup (B - C)$
۳) $A \cap (B - C)$ ۴) $(A \cap B) - C$

پاسخ : گزینه ۲ (آمار و احتمال ـ صفحات ۲۷ تا ۳٤ ـ متوسط)

نکته:

برای سه مجموعهٔ A و B و C، به کمک جبر مجموعه‌ها، داریم:

$$A - B = A \cap B'$$
$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$
$$A \cap (A' \cup B) = A \cap B$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = (A \cap C) \cap B$$

پاسخ تشریحی:

روش اول :

به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، داریم:

$$(C \cup A' \cup B')' = C' \cap A \cap B = A \cap B \cap C' \xrightarrow{\text{گزینه ۳}} A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) \xrightarrow{\text{گزینه ۴}} (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C$$
$$\xrightarrow{\text{گزینه ۱}} B \cap (A \cap C') = B \cap [A \cap (A' \cup C')] = (B \cap A) \cap (A' \cup C') = (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) - (A \cap C)$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

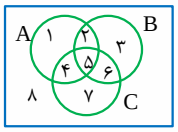
برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

روش دوم:

مسئله را با عددگذاری حل می‌کنیم :

$$(C\cup A'\cup B')' = \big(\{۴,۵,۶,۷\}\cup\{۳,۶,۷,۸\}\cup\{۱,۴,۷,۸\}\big)' = \{۲\}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم تا ببینیم کدام گزینه با صورت مسئله برابر نیست. گزینهٔ (۲) با صورت مسئله برابر نیست.



روش سوم:

با توجه به صورت سوال، ۳ تا از گزینه‌ها با هم برابرند و یکی فرق دارد. اگر دو گزینه قابل تبدیل به یکدیگر باشند، هر دو رد می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۳۳- در پرتاب ۲ تاس می‌دانیم حاصل ضرب اعداد رو شدهٔ تاس‌ها، عددی زوج است. احتمال این که مجموع ۲ تاس بر ۴ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۲۷}$

پاسخ : گزینه ٤ (آمار و احتمال ـ صفحات ۵۳ تا ۵۵ ـ متوسط)

نکته۱:

احتمال پیشامد A به شرط پیشامد B را با $P(A|B)$ نمایش داده و برابر است با:

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

نکته۲:

در حل بسیاری از مسائل احتمال شرطی، شرط مساله باعث کاهش فضای نمونه‌ای شده و مساله را به کمک فرمول احتمال ساده $(P(A)=\frac{n(A)}{n(S)})$ حل می‌کنیم.

پاسخ تشریحی:

چون حاصل ضرب اعداد روشدهٔ دو تاس عددی زوج است، پس عددهای ۲ تاس نباید هر دو فرد باشند، بنابراین :

تعداد حالت‌هایی که هر دو تاس فرد هستند − تعداد کل حالت‌ها = فضای نمونه‌ای

$$\Rightarrow S=۳۶-۳\times۳=۲۷$$

از طرفی حالت‌هایی که حاصل ضرب اعداد رو شده زوج و مجموع آنها بر ۴ بخش‌پذیر باشد، به صورت زیر هستند :

$$\{(۲,۲),(۴,۴),(۶,۲),(۲,۶),(۶,۶)\} \Rightarrow \text{۵ حالت}$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{۵}{۲۷}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۳۴- دو سبد داریم که در سبد اول ۴ توپ قرمز و ۶ توپ سبز و در سبد دوم ۶ توپ قرمز و ۴ توپ سبز وجود دارد. یک سکهٔ سالم را پرتاب می‌کنیم. اگر رو آمد، توپی به تصادف از سبد اول انتخاب می‌کنیم و اگر پشت آمد، توپی به تصادف از سبد دوم انتخاب می‌کنیم.احتمال انتخاب یک توپ قرمز چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ : گزینه ۱ (آمار و احتمال ـ صفحات ۵۸ تا ۶۰ ـ متوسط)

نکته:

براساس قانون احتمال کل، اگر پیشامد A به پیشامدهای $A_۱$ تا A_n وابسته باشد، احتمال وقوع پیشامد A برابر است با: $P(A)=\sum_{i=۱}^{n}P(A_i)\times P(A|A_i)$

پاسخ تشریحی:

فرض کنیم A پیشامد خروج توپ قرمز، R پیشامد رو آمدن سکه و P پیشامد پشت آمدن سکه باشد. در این صورت داریم:

$$P(A)=P(P)\times P(A|P)+P(R)\times P(A|R)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۰}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۶}{۱۰}=\frac{۱}{۲}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی x رابطهٔ $x^۲-۸x\overset{۹}{\equiv}-۷$ برقرار است؟

۱) ۳۱ ۲) ۳۰ ۳) ۲۹ ۴) ۳۲

پاسخ : گزینه ۲ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۲۴ و ۲۵ ـ دشوار)

نکته:

برای حل معادله همنهشتی $ax\overset{m}{\equiv}b$ با شرط $(a,m)|b$ به طرفین عبارت، مضاربی از پیمانه را کم یا زیاد می‌کنیم تا طرفین قابل تقسیم بر ضریب x باشند، آن‌گاه با تقسیم طرفین همنهشتی به ضریب x، خواهیم داشت:

$$x\overset{m}{\equiv}c\Rightarrow x=mk+c\ ,\ k\in\mathbb{Z}$$

پاسخ تشریحی:

$$x^۲-۸x+۷\overset{۹}{\equiv}۰\Rightarrow(x-۱)(x-۷)\overset{۹}{\equiv}۰$$

حالت‌های زیر ممکن است رخ دهد :

۱) $x-۱=۹k\Rightarrow x\overset{۹}{\equiv}۱$

۲) $x-۷=۹k'\Rightarrow x\overset{۹}{\equiv}۷$

۳) $\begin{cases}x-۱=۳k\\x-۷=۳k'\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\overset{۳}{\equiv}۱\\x\overset{۳}{\equiv}۷\equiv۱\end{cases}\Rightarrow x\overset{۳}{\equiv}۱$

از طرفی چون $۳|۹$ است، پس در حالت‌های ۱ و ۲ داریم :

$$x\overset{۹}{\equiv}۱\xrightarrow{۳|۹}x\overset{۳}{\equiv}۱\ ,\ x\overset{۹}{\equiv}۷\xrightarrow{۳|۹}x\overset{۳}{\equiv}۷\equiv۱$$

پس $x\overset{۳}{\equiv}۱$ در تمامی حالت‌های بالا صدق می‌کند و داریم :

$$x=۳k+۱\longrightarrow ۱۰\le ۳k+۱\le ۹۹\Rightarrow ۳\le k\le ۳۲$$

پس ۳۰ عدد دو رقمی داریم که در معادله مورد نظر صدق می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۳۶- معادلهٔ $25x+12y=1110$ بر روی مجموعه اعداد طبیعی چند زوج جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ : گزینه ۲ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۲۶ تا ۲۸ ـ متوسط)

نکته۱:

برای حل معادلهٔ سیالهٔ $ax+by=c$ با شرط $(a,b)|c$ معادله را به معادلهٔ همنهشتی $ax\overset{b}{\equiv}c$ تبدیل کرده و پس از حل معادلهٔ همنهشتی، دسته جواب‌های x را در معادله سیاله قرار می‌دهیم تا دسته جواب‌های y به دست آید.

نکته۲:

اگر $(x_.,y_.)$ یک جواب معادلهٔ سیالهٔ $ax+by=c$ با شرط $(a,b)=d|c$ باشد، دسته جواب‌های x و y عبارتند از :

$$\begin{cases} x=x_.+\frac{b}{d}k \\ y=y_.-\frac{a}{d}k \end{cases}$$

پاسخ تشریحی:

روش اول:

به کمک نکته ۱، داریم:

$$25x+12y=1110\Rightarrow 25x\overset{12}{\equiv}1110\xrightarrow[\text{طرف دوم}-1104]{\text{طرف اول}-24x}x\overset{12}{\equiv}6\Rightarrow x=12k+6$$

$$25(12k+6)+12y=1110\Rightarrow 12y=-300k+960\Rightarrow y=-25k+80\Rightarrow \begin{cases} x=12k+6>0\rightarrow k\geq 0 \\ y=-25k+80>0\rightarrow k\leq 3 \end{cases}\Rightarrow 0\leq k\leq 3\Rightarrow k\in\{0,1,2,3\}$$

روش دوم:

به کمک نکته ۲، داریم:

$$25x+12y=1110$$

جواب اولیهٔ دلخواه : $x_.=6\ ,\ y_.=80$

$$x=x_.+\frac{b}{d}k\Rightarrow x=6+\frac{12k}{1}\Rightarrow 6+12k>0\Rightarrow k\geq 0$$

$$y=y_.-\frac{a}{d}k\Rightarrow y=80-\frac{25k}{1}\Rightarrow 80-25k>0\Rightarrow k\leq 3$$

مجموعه جواب‌های طبیعی این معادله به ازای $k=0$ ، $k=1$ ، $k=2$ و $k=3$ به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۳۷- در یک گراف ۳- منتظم اندازهٔ گراف از ۵ برابر مرتبهٔ آن ۲۱ واحد کمتر است. مجموع مرتبه و اندازهٔ گراف کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

پاسخ : گزینه ۱ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۳۵ و ۴۰ ـ متوسط)

نکته۱:

گراف $k-$ منتظم گرافی است که درجهٔ هر رأس آن برابر با عدد حسابی k است.

نکته۲:

در هر گراف $k-$ منتظم مرتبهٔ p و اندازهٔ q، رابطهٔ $2q=pk$ برقرار است.

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} 3p=2q\Rightarrow q=\frac{3}{2}p \\ q=5p-21 \end{cases}\Rightarrow \frac{3}{2}p=5p-21\Rightarrow p=6\ ,\ q=9\Rightarrow p+q=15$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۳۸- یک گراف ۴- منتظم از مرتبهٔ ۶ چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

پاسخ : گزینه ٤ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۳۵ و ٤٦ ـ دشوار)

نکته۱:
گراف $k-$ منتظم گرافی است که درجهٔ هر رأس آن برابر با عدد حسابی k است.

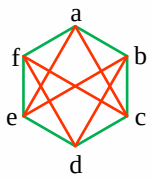
نکته۲:
یک مجموعهٔ احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رئوسش دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر مینیمال گوییم.

نکته۳:
در هر گراف مرتبهٔ n و ماکزیمم درجهٔ Δ، کران پایین عدد احاطه‌گری برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است.

پاسخ تشریحی:

گراف ۴- منتظم از مرتبهٔ ۶ یک گراف منحصر به فرد است و به شکل زیر: (زیرا مکمل آن یک گراف منحصر به فرد است.) عدد احاطه‌گری در این گراف بیش از یک است، زیرا در این گراف رأسی وجود ندارد که با همهٔ رئوس مجاور باشد.

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{۶}{۴+۱} \right\rceil = ۲$$



از طرفی با هر ۲ رأس دلخواه می‌توان کل این گراف را احاطه کرد، پس مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و درنتیجه مینیمال آن ۲ عضوی است، پس در این گراف باید تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی رئوس را به دست آوریم. یعنی : $\binom{۶}{۲} = ۱۵$.

گروه آموزشی ماز

۳۹- تعداد سه‌تایی‌های مرتب با مختصات صحیح و نامنفی به طوری که مجموع هر سه مولفه برابر ۱۰ و هر مولفه کمتر از ۶ باشد، کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۱ ۳) ۲۲ ۴) ۱۹

پاسخ : گزینه ۲ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ٦٠ و ٦١ ـ دشوار)

نکته۱:
تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + x_۳ + ... + x_k = n$ برابر $\binom{n+k-۱}{k-۱}$ است.

نکته۲:
تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + x_۳ + ... + x_k = n$ با شرط $x_i \geq r_i$ به ازای $۱ \leq i \leq n$ برابر $\binom{n+k-۱-\sum r_i}{k-۱}$ است.

پاسخ تشریحی:

اگر سه تایی‌های مرتب را به صورت $(x_۱, x_۲, x_۳)$ در نظر بگیریم، در این سؤال به دنبال جواب‌های معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۱۰$ با شرط $۰ \leq x_۱ , x_۲, x_۳ < ۶$ هستیم :

ابتدا کل جواب‌ها را به دست می‌آوریم: $x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۱۰$

تعداد جواب‌ها $= \binom{۱۰+۳-۱}{۳-۱} = \binom{۱۲}{۲} = ۶۶$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

حال فرض می‌کنیم $x_1 \geq 6$ یا $x_2 \geq 6$ یا $x_3 \geq 6$ باشد و تعداد جواب‌های معادله با این شروط را از کل جواب‌ها کم می‌کنیم:

$$x_1 \geq 6 : \binom{10+3-1-6}{3-1} = \binom{6}{2} = 15 \Rightarrow \begin{cases} x_2 \geq 6 : 15 \\ x_3 \geq 6 : 15 \end{cases}$$

بنابراین تعداد جواب‌های مطلوب، برابر است با:

$$66 - 3(15) = 21$$

توجه: حالت‌هایی که ۲ یا ۳ متغیر بزرگتر از ۶ باشند غیرممکن است و حالت‌های آن ۰ است.

گروه آموزشی ماز

۴۰- اگر هر یک از یال‌های گراف کامل K_{16} را با یکی از ۷ رنگ آبی، قرمز، سبز، زرد، قهوه‌ای، مشکی و سفید رنگ‌آمیزی کنیم، آنگاه بزرگترین مقدار n به طوری که مطمئن شویم حداقل n یال در این گراف همرنگ هستند، کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۸ ۳) ۱۹ ۴) ۲۰

پاسخ : گزینه ۲ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۳۸ و ۴۰ و ۸۱ ـ دشوار)

پاسخ تشریحی:

تعداد یال‌های گراف کامل مرتبهٔ ۱۶ برابر است با :

$$\binom{16}{2} = 120$$

اگر ۱۲۰ یال را معادل ۱۲۰ کبوتر و ۷ رنگ را معادل ۷ لانه فرض کنیم، آنگاه با توجه به تعمیم اصل لانه کبوتری، داریم:

$$7k+1 = 120 \Rightarrow 7k = 119 \Rightarrow k = 17 \Rightarrow k+1 = 18$$

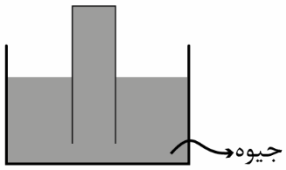
یعنی حداقل ۱۸ یال در این گراف همرنگ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۴۱- در شکل زیر، سطح مقطع لوله $4cm^2$ است. اگر لوله را $5cm$ بیشتر در جیوه فرو ببریم، نیرویی که از طرف جیوه بر انتهای بسته لوله وارد می‌شود ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. در این حالت نیرویی که از طرف جیوه بر ته لوله وارد می‌شود چند نیوتون است؟ $(g=10\frac{N}{kg}\ ,\ \rho_{جیوه}=13/5\frac{g}{cm^3})$

۱) ۱۱/۵
۲) ۱۲/۴
۳) ۱۴/۸
۴) ۱۶/۲



پاسخ: گزینه ۴ (۱۰۰۲ - متوسط - مفهومی و محاسباتی)

نیروی ناشی از فشار مایع:
مایع به هر سطحی که با آن تماس داشته باشد طبق فرمول $F=PA$ به طور عمود نیرو وارد می‌کند. برای محاسبهٔ این نیرو لازم است تا در ابتدا فشار ناشی از مایع را بدست آوریم.

پاسخ تشریحی:

گام اول: با پایین آوردن لوله به مقدار $5cm$، فشاری که از طرف جیوه بر انتهای بسته لوله وارد می‌شود، $5cmHg$ افزایش می‌یابد. با فرض اینکه P و P' به ترتیب فشاری باشد که از طرف جیوه بر انتهای بستهٔ لوله قبل و بعد از پایین آوردن لوله، وارد می‌شود، داریم:

$$\Delta P=5cmHg\rightarrow P'-P=5cmHg \qquad (I)$$

گام دوم: با توجه به صورت تست، با پایین آوردن لوله به مقدار $5cm$، نیرویی که از طرف جیوه بر انتهای بسته لوله وارد می‌شود، ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، پس:

$$F'=F+\frac{20}{100}F=1/2F\xrightarrow{(F=PA)}P'A=1/2PA\rightarrow P'=1/2P\rightarrow$$

$$P=\frac{P'}{1/2}\rightarrow P=\frac{5}{6}P' \qquad (II)$$

گام سوم: اکنون می‌توان با استفاده از رابطه‌های (I) و (II)، فشاری که از طرف جیوه بر انتهای بسته لوله پس از پایین آوردن آن وارد می‌شود را بدست آورد و سپس نیروی وارد بر انتهای بستهٔ لوله از طرف جیوه در این حالت را محاسبه کرد:

$$(I):P'-P=5cmHg\xrightarrow{(II)}P'-\frac{5}{6}P'=5cmHg\rightarrow\frac{1}{6}P'=5cmHg\rightarrow$$

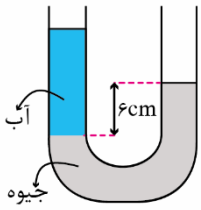
$$P'=30cmHg\xrightarrow{(P=\rho gh)}P'=(13/5\times10^3)\times10\times0/3=40/5\times10^3\,Pa\xrightarrow{(F=PA)}$$

$$F'=P'A=(40/5\times10^3)\times(4\times10^{-4})=162\times10^{-1}=16/2\,N$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- در شکل زیر، اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف لوله U شکل، $6cm$ است. در لولهٔ سمت راست چند سانتی‌متر روغن بریزیم تا ارتفاع جیوه در دو لوله یکسان شود؟ $(\rho_{آب}=1\frac{g}{cm^3}\ ,\ \rho_{روغن}=0/9\frac{g}{cm^3}\ ,\ \rho_{جیوه}=13/5\frac{g}{cm^3})$

۱) ۹۰
۲) ۱۰۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۲۵

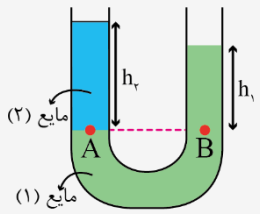


پاسخ: گزینه ۱ (۱۰۰۲ - متوسط - محاسباتی)

لوله‌های U شکل
اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز درون یک مایع: در نقطه‌های هم‌تراز درون یک مایع فشار برابر است.
بعنوان مثال در شکل مقابل A و B هر دو در مایع (۱) قرار دارند و هم‌ترازند، بنابراین:

$$P_A=P_B\rightarrow P_.+\rho_2gh_2=P_.+\rho_1gh_1\rightarrow$$

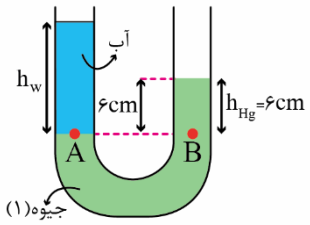
$$\rho_2gh_2=\rho_1gh_1\rightarrow\rho_2h_2=\rho_1h_1$$



برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

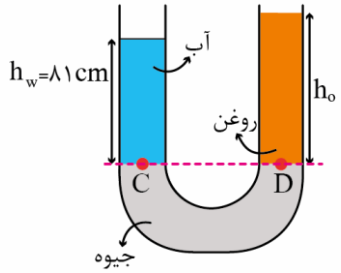
پاسخ تشریحی:

گام اول: در ابتدا ارتفاع ستون آب را بدست می‌آوریم. با توجه به اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز و با فرض اینکه از زیروند w و Hg به ترتیب برای آب و جیوه استفاده کنیم، داریم:



$$P_A = P_B \rightarrow P_. + \rho_w g h_w = P_. + \rho_{Hg} g h_{Hg} \rightarrow$$
$$\rho_w h_w = \rho_{Hg} h_{Hg} \rightarrow ۱ \times h_w = ۱۳/۵ \times ۶ \rightarrow h_w = ۸۱cm$$

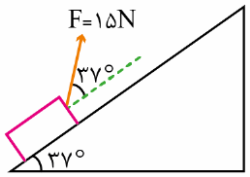
گام دوم: با ریختن روغن در لولهٔ سمت راست، ارتفاع جیوه در دو طرف لوله U شکل یکسان می‌شود؛ چون C و D هر دو در جیوه قرار دارند و هم‌تراز می‌باشند، بنابراین:



$$P_C = P_D \rightarrow P_o + \rho_w g h_w = P_o + \rho_o g h_o \rightarrow$$
$$\rho_w h_w = \rho_o h_o \rightarrow ۱ \times ۸۱ = ۰/۹ \times h_o \rightarrow$$
$$h_o = \frac{۸۱}{۰/۹} = ۹۰cm$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- مطابق شکل زیر، با استفاده از نیروی ۱۵ نیوتونی جسمی به جرم ۱/۲kg را بر روی سطح شیبداری بالا می‌بریم. اگر در مدت زمان مشخص t، اندازهٔ کار نیروی وزن ۷۲ J باشد، در این مدت کار نیروی F چند ژول است؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg}, \sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$

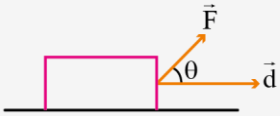


۱) ۵۴
۲) ۶۰
۳) ۱۰۸
۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینه ۴ (۱۰۰۵ - متوسط - محساباتی)

کار نیروی ثابت و تغییر انرژی پتانسیل

هرگاه به جسمی نیروی F وارد شود و آن را به اندازهٔ d جابجا نماید می‌گوییم نیروی F روی جسم کار انجام داده است و مقدار این کار برابر است با:

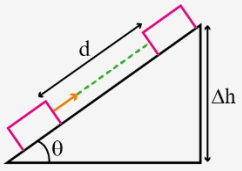


$$W_F = Fd\cos\theta$$

کار نیروی وزن جسم برابر است با قرینه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی

$$W_g = -\Delta U = -mg\Delta h$$

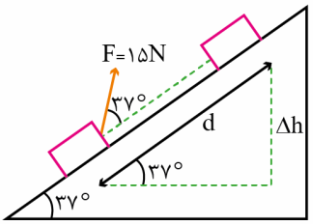
در مسائل سطح شیبدار برای محاسبهٔ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم کافی است در ابتدا تغییر فاصلهٔ عمودی جسم که از حاصل‌ضرب میزان جابجایی جسم بر روی سطح شیبدار و سینوس زاویهٔ سطح شیبدار با سطح افقی بدست می‌آید را بدست آوریم و سپس از رابطهٔ زیر، استفاده کنیم:



$$\Delta h = d\sin\theta$$
$$\Delta U = mg\Delta h = mgd\sin\theta$$

پاسخ تشریحی:

گام اول: با فرض اینکه جسم در مدت t به اندازه d بر روی سطح شیبدار جابجا شده باشد، داریم:



$$W_g = -\Delta U_g = -mg\Delta h = -mgd\sin ۳۷^\circ \rightarrow$$
$$|W_g| = mgd\sin ۳۷^\circ \rightarrow ۷۲ = ۱/۲ \times ۱۰ \times d \times ۰/۶ \rightarrow d = \frac{۷۲}{۷/۲} = ۱۰m$$

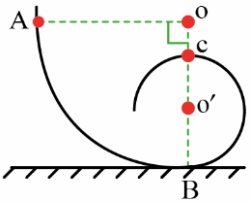
گام دوم: کار نیروی F در مدت زمان t را که در آن جسم به اندازهٔ $d = ۱۰m$ جابجا شده است را بدست می‌آوریم:

$$W_F = Fd\cos ۳۷^\circ = ۱۵ \times ۱۰ \times ۰/۸ = ۱۲۰J$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الان وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۴۴- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای از نقطهٔ A در داخل یک سطح کروی به مرکز O رها می‌شود. گلوله در ادامهٔ مسیر در نقطهٔ B وارد سطح کروی دیگر به مرکز O′ می‌شود. اگر شعاع کرهٔ بزرگ‌تر ۳ برابر شعاع کرهٔ کوچک‌تر و تندی گلوله در نقطهٔ C، $۱۰\frac{m}{s}$ باشد، بیشترین تندی گلوله در طول مسیر، از A تا C چند متر بر ثانیه است؟ (از اصطکاک صرف‌نظر کنید و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)



۱) $۱۰\sqrt{۲}$
۲) ۱۵
۳) $۱۰\sqrt{۳}$
۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۳ (۱۰۰۵ - سخت - مسأله)

انرژی مکانیکی

قانون بقاء انرژی مکانیکی: هرگاه نیروهای تلف‌کنندهٔ انرژی مانند اصطکاک و مقاومت هوا در مسیر حرکت یک جسم وجود نداشته باشد، انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند و بعبارتی تغییر انرژی مکانیکی صفر است:

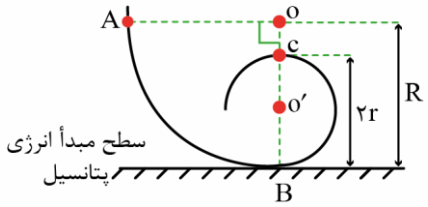
$$\Delta E=۰\rightarrow E_۲-E_۱=۰\rightarrow E_۱=E_۲$$

انرژی مکانیکی یک جسم در یک نقطه، مجموع انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی جسم در آن نقطه می‌باشد، بنابراین رابطهٔ بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$K_۱+U_۱=K_۲+U_۲$$

پاسخ تشریحی:

گام اول: قانون بقاء انرژی مکانیکی را برای دو نقطهٔ A و C می‌نویسیم؛ با فرض اینکه R و r به ترتیب شعاع کره‌های بزرگ‌تر و کوچک‌تر باشد، داریم: (انرژی جنبشی گلوله در شروع حرکت صفر است زیرا گلوله رها شده است.)



$$E_A=E_C\rightarrow K_A+U_A=K_C+U_C\rightarrow$$

$$۰+mgR=\frac{۱}{۲}mv_C^۲+mg(۲r)\rightarrow$$

$$gR=\frac{۱}{۲}v_C^۲+۲gr\xrightarrow{(R=۳r)}$$

$$۱۰(۳r)=\frac{۱}{۲}\times(۱۰)^۲+۲\times۱۰\times r\rightarrow$$

$$۳۰r=۵۰+۲۰r\rightarrow ۱۰r=۵۰\rightarrow$$

$$r=۵m\rightarrow R=۳r=۳\times۵=۱۵m$$

گام دوم: انرژی مکانیکی گلوله در طول مسیر، از A تا C ثابت است و چون انرژی پتانسیل گلوله در نقطهٔ B برابر صفر است، انرژی جنبشی آن و در نتیجه تندی‌اش در این نقطه بیشینه است، اکنون با نوشتن قانون بقاء انرژی مکانیکی برای دو نقطهٔ A و B داریم:

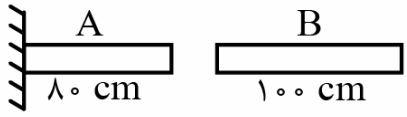
$$E_A=E_B\rightarrow K_A+U_A=K_B+U_B\rightarrow ۰+mgR=\frac{۱}{۲}mv_B^۲+۰\rightarrow$$

$$mgR=\frac{۱}{۲}mv_B^۲\rightarrow gR=\frac{۱}{۲}v_B^۲\rightarrow v_B^۲=۲gR=۲\times۱۰\times۱۵\rightarrow$$

$$v_B^۲=۳۰۰\rightarrow v_B=۱۰\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- مطابق شکل زیر، دو میلهٔ فلزی A و B در امتداد یکدیگر و به فاصلهٔ ۳/۱ میلی‌متری از هم در دمای یکسانی قرار دارند. میلهٔ A در یک انتهای خود بسته و هر دو انتهای میلهٔ B باز است. اگر ضریب انبساط طولی میله‌های A و B به ترتیب $۴\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}$ و $۶\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}$ باشد، دمای این مجموعه حداکثر چند درجهٔ سلسیوس می‌تواند افزایش یابد، بدون اینکه میله‌ها به یکدیگر برسند؟



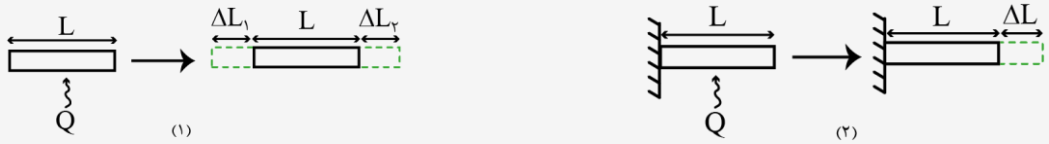
۱) ۳۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۳ (۱۰۰۵ - متوسط - مسأله)

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

انبساط طولی

هرگاه دمای میله‌ای را افزایش دهیم و دو طرف میله مطابق شکل (۱) باز باشد، میله از هر دو طرف منبسط می‌شود ولی چنانچه میله مطابق شکل (۲) از یک طرف مسدود شده باشد، میله فقط از سمت باز آن، منبسط می‌شود ولی دقت کنید که در هر دو حالت افزایش طول میله از رابطهٔ $\Delta L = \alpha L \Delta T$ بدست می‌آید:

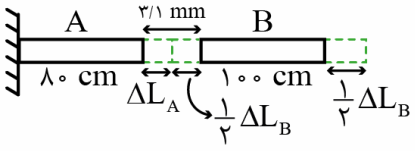


(۱) در شکل : $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 = \alpha L \Delta T$

(۲) در شکل : $\Delta L = \alpha L \Delta T$

پاسخ تشریحی:

بر اثر افزایش دمای مجموعه به اندازهٔ ΔT، میله‌های A و B به ترتیب به اندازهٔ ΔL_A و ΔL_B افزایش می‌یابند که این افزایش طول در مورد میله A همهٔ آن از سمت راست و در مورد میلهٔ B، نیمی از آن از سمت راست و نیمی دیگر از سمت چپ میله افزایش می‌یابد، بنابراین با توجه به شکل زیر، داریم:



$$\Delta L_A + \frac{1}{2}\Delta L_B = 3/1\,mm = 0/31\,cm \rightarrow$$

$$L_A\alpha_A\Delta T + \frac{1}{2}L_B\alpha_B\Delta T = 0/31 \rightarrow 80\times(4\times10^{-5})\Delta T + \frac{1}{2}\times100\times(6\times10^{-5})\Delta T = 0/31$$

$$\rightarrow 320\times10^{-5}\Delta T + 300\times10^{-5}\Delta T = 0/31 \rightarrow 620\times10^{-5}\Delta T = 0/31 \rightarrow$$

$$\Delta T = \frac{0/31}{620\times10^{-5}} = \frac{0/31}{0/62\times10^{-2}} = \frac{1}{2\times10^{-2}} = \frac{100}{2} = 50^\circ C$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- درون ظرفی $5kg$ آب $20^\circ C$ وجود دارد. درون این ظرف گلوله‌ای فلزی به جرم $500g$ و دمای $130^\circ C$ و تکه یخی به جرم m و دمای $-20^\circ C$ می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای مجموعه $10^\circ C$ شود، m چند گرم است؟

($c_{آب} = 2c_{یخ} = 4200\frac{J}{kg.K}$ ، $c_{فلز} = 700\frac{J}{kg.K}$ ، $L_{f_{یخ}} = 336000\frac{J}{kg}$ و از تبادل گرما با ظرف و محیط صرف‌نظر شود)

۱) ۳۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینه ۳ (۱۰۰۵ - متوسط - محاسباتی)

تعادل گرمایی

تعادل گرمایی: هرگاه چند جسم با دماهای مختلف را در کنار یکدیگر قرار دهیم آن‌قدر با یکدیگر گرما مبادله می‌کنند تا سرانجام دمای آن‌ها یکسان و برابر دمای تعادل θ_e می‌شود؛ در این حالت جمع جبری گرمای مبادله شده بین اجسام مختلف برابر صفر است:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots = 0$$

پاسخ تشریحی:

دمای آب درون ظرف و گلولهٔ فلزی بزرگ‌تر از دمای تعادل $(\theta_e = 10^\circ C)$ و دمای تکه یخ کمتر از دمای تعادل است، بنابراین آب و گلوله گرما می‌دهند و یخ گرما می‌گیرد و سرانجام دمای همهٔ آن‌ها برابر $10^\circ C$ می‌شود؛ با فرض اینکه از اندیس‌های w و i و F به ترتیب برای آب و یخ و فلز استفاده کنیم، داریم:

$$Q_i + Q_w + Q_F = 0 \rightarrow [m_i c_i(0-\theta_i) + m_i L_f + m_i c_w(\theta_e - 0)]$$

$$+m_w c_w(\theta_e - \theta_w) + m_F c_F(\theta_e - \theta_F) = 0 \rightarrow$$

$$m\times2100(0-(-20)) + m\times(80\times4200) + m\times4200(10-0) + 5\times4200(10-20)$$

$$+0/5\times700(10-130) = 0 \rightarrow$$

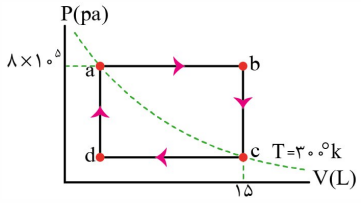
$$m\times2100\times20 + m\times80\times4200 + m\times4200\times10 - 5\times4200\times10 - 42000 = 0 \rightarrow$$

$$10m + 80m + 10m - 50 - 10 = 0 \rightarrow 100m = 60 \rightarrow m = 0/6\,kg = 600\,g$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۴۷- نمودار $(P-V)$ برای یک مول گاز کامل مطابق شکل زیر است. اگر نقاط a و c بر روی منحنی هم‌دمای نشان داده شده قرار داشته باشند، گرمایی که این گاز در یک چرخه با محیط مبادله می‌کند، چگونه است؟ $(R=۸\frac{J}{mol.K})$

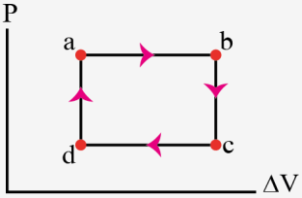


۱) $۷۶۸۰J$ گرما می‌گیرد.
۲) $۷۶۸۰J$ گرما از دست می‌دهد.
۳) $۸۲۴۰J$ گرما می‌گیرد.
۴) $۸۲۴۰J$ گرما از دست می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۱ (۱۰۰۵ - متوسط - محاسباتی)

چرخه

هرگاه یک دستگاه ترمودینامیکی از حالت P_a ، V_a و T_a چند فرآیند پی‌درپی انجام دهد و دوباره به حالت P_a ، V_a و T_a برگردد یک چرخه را پیموده است، بنابراین در یک چرخه تغییر دمای دستگاه ترمودینامیکی برابر صفر و در نتیجه تغییر انرژی درونی آن صفر است:



$$\Delta T=۰\rightarrow\Delta U=۰\rightarrow Q+W=۰\rightarrow Q=-W$$

در نمودار $P-V$ یک چرخهٔ ترمودینامیکی اندازه کار کل $(|W_t|)$ برابر مساحت چرخه است و چنانچه چرخه ساعتگرد باشد، کار کل منفی $(W_t<۰)$ و چنانچه چرخه پادساعتگرد باشد، کار کل مثبت است $(W_t>۰)$

پاسخ تشریحی:

گام اول: نقاط a و c روی منحنی هم‌دمای $T=۳۰۰K$ قرار دارند، بنابراین:

$$P_aV_a=nRT\rightarrow(۸\times۱۰^{۵})\times V_a=۱\times۸\times۳۰۰\rightarrow V_a=۳\times۱۰^{-۳}m^{۳}=۳L$$

$$P_cV_c=nRT\rightarrow P_c\times(۱۵\times۱۰^{-۳})=۱\times۸\times۳۰۰\rightarrow P_c=۱۶۰\times۱۰^{۳}=۱/۶\times۱۰^{۵}Pa$$

گام دوم: با معلوم شدن V_a و P_c می‌توان مساحت چرخه را بدست آورد، بنابراین:

$$|W_t|=S=(P_a-P_d)\times(V_c-V_d)=(۸\times۱۰^{۵}-۱/۶\times۱۰^{۵})\times(۱۵\times۱۰^{-۳}-۳\times۱۰^{-۳})$$

$$=(۸-۱/۶)\times(۱۵-۳)\times۱۰^{۲}=۶/۴\times۱۲\times۱۰۰=۷۶۸۰J$$

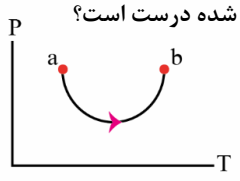
چون چرخه ساعتگرد است بنابراین کار کل آن منفی است، پس:

$$W_t=-۷۶۸۰J\rightarrow Q_t=۷۶۸۰J$$

پس گاز $۷۶۸۰J$ گرما می‌گیرد.

گروه آموزشی ماز

۴۸- نمودار $P-T$ یک مول گاز کامل مطابق شکل مقابل است. کدام گزینه دربارهٔ کار انجام شده روی گاز در مسیر نشان داده شده درست است؟



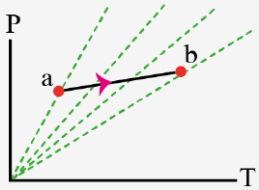
۱) همواره مثبت است.
۲) همواره منفی است.
۳) در ابتدا مثبت و سپس منفی است.
۴) در ابتدا منفی و سپس مثبت است.

پاسخ: گزینه ٤ (۱۰۰۵ - متوسط - مفهومی)

نمودار P-T

از نمودار $P-T$ یک گاز کامل می‌توان تشخیص داد که در طی یک فرآیند، حجم گاز کم یا زیاد شده است و در نتیجه می‌توان علامت کاری که بر روی گاز انجام گرفته است را تشخیص داد.

با توجه به قانون گازهای کامل داریم:



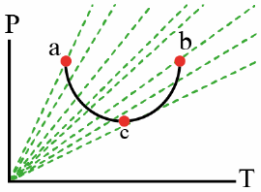
$$PV=nRT\rightarrow P=\frac{nR}{V}T$$

رابطهٔ بالا بیان می‌کند که شیب خط گذرنده از مبدأ در نمودار $P-T$ با حجم گاز رابطهٔ عکس دارد.

بعنوان مثال در نمودار مقابل، شیب خط گذرنده از مبدأ در فرآیند a تا b به طور مرتب کاهش می‌یابد و بنابراین حجم گاز به طور مرتب افزایش می‌یابد و بنابراین فرآیند انبساطی و کار انجام گرفته روی گاز منفی است.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

پاسخ تشریحی:



با توجه به درسنامه و نمودار شکل مقابل، ملاحظه می‌شود که از نقطهٔ a تا c شیب خط‌های راست گذرنده از مبدأ به طور مرتب کاهش می‌یابد و بنابراین حجم گاز به طور مرتب افزایش یافته و در نتیجه کار انجام گرفته بر روی گاز منفی است. همچنین از نقطهٔ c تا نقطهٔ b شیب این خط‌ها به طور مرتب افزایش می‌یابد و بنابراین حجم گاز به طور مرتب کاهش یافته و در نتیجه کار انجام گرفته بر روی گاز مثبت است.

گروه آموزشی ماز

۴۹- در مواد ....., حتی در نبود میدان خارجی، در ناحیه‌هایی که حوزه مغناطیسی نامیده می‌شود، دوقطبی‌های مغناطیسی هم‌سو هستند که علت آن ..... در این مواد است.

۱) فرومغناطیس - القای دو قطبی‌های مغناطیسی قوی
۲) پارامغناطیس - القای دو قطبی‌های مغناطیسی قوی
۳) فرومغناطیس - برهم‌کنش قوی بین دو قطبی‌های مغناطیسی
۴) پارامغناطیس - برهم‌کنش قوی بین دو قطبی‌های مغناطیسی

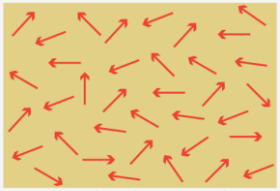
پاسخ: گزینه ۳ (۱۱۰۳ - ساده - مفهومی و حفظی)

خاصیت مغناطیسی مواد

قبل از هر چیز خواهش می‌کنم این درسنامه رو کامل و با دقت بخونین، چون حتماً از اون یه تست در کنکور خواهید دید. مواد مغناطیسی به سه دسته پارامغناطیس، دیامغناطیس و فرومغناطیس (نرم و سخت) تقسیم می‌شوند.

مواد پارامغناطیس

اتم‌های این مواد دارای خاصیت مغناطیسی هستند. دوقطبی‌های این مواد به صورت کاتوره‌ای جهت‌گیری می‌کنند، در نتیجه میدان مغناطیسی خالص ایجاد نمی‌کنند. اگر مواد پارامغناطیس در میدان مغناطیسی قوی قرار بگیرند، خاصیت مغناطیسی موقت و ضعیفی در آن‌ها ایجاد می‌شود و با حذف میدان خارجی، این خاصیت نیز از بین می‌رود.


دوقطبی های مواد پارامغناطیس

اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن از جمله مواد پارامغناطیسی‌اند.

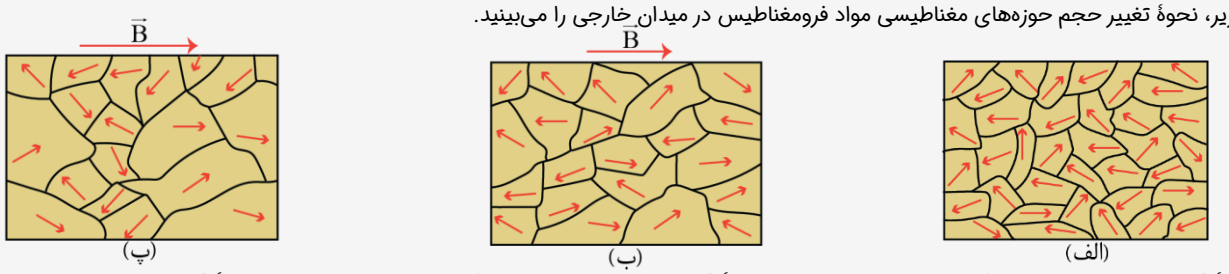
مواد دیامغناطیس

این مواد دارای خاصیت مغناطیسی نیستند و در حضور میدان مغناطیسی قوی، در آن‌ها دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی القا می‌شود. نقره، چدن، مس و بیسموت از جمله این موادند.

مواد فرومغناطیس

اتم‌های آن‌ها به طور ذاتی دارای دوقطبی هستند. در اثر برهم‌کنش‌های قوی بین دوقطبی‌های مغناطیسی در این مواد دوقطبی‌ها در ناحیه‌ای به نام حوزه‌های مغناطیسی هم‌سو می‌شوند. این مواد در میدان مغناطیسی آهنربا می‌شوند.

در شکل زیر، نحوهٔ تغییر حجم حوزه‌های مغناطیسی مواد فرومغناطیس در میدان خارجی را می‌بینید.



(الف) مادهٔ فرومغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی. (ب) مادهٔ فرومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی ضعیف. (پ) مادهٔ فرومغناطیس در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی.

مواد فرومغناطیس به دو دسته، سخت و نرم تقسیم می‌شوند، توضیحات هر مورد بصورت زیر است:

مواد فرومغناطیس نرم: در این مواد، حجم حوزه‌ها به آسانی تغییر می‌کند، در نتیجه در حضور میدان خارجی، به آسانی دارای خاصیت مغناطیسی می‌شوند و با حذف میدان خارجی نیز، به آسانی خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهند. آهن، نیکل و کبالت خالص از این نوع‌اند.

مواد فرومغناطیس سخت: در این مواد، حجم حوزه‌ها به سختی تغییر می‌کند، در نتیجه در حضور میدان خارجی، به سختی دارای خاصیت مغناطیسی می‌شوند و با حذف میدان خارجی نیز، به سختی خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهند. فولاد و آلیاژهای آهن، نیکل و کبالت از این نوع‌اند.

پاسخ تشریحی:

طبق متن کتاب درسی، علت وجود حوزه‌های مغناطیسی در مواد فرومغناطیس (چه نرم و چه سخت)، برهم‌کنش قوی بین دوقطبی‌های مغناطیسی این مواد است.

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۵۰- چند مورد از جمله‌های زیر در مورد انواع مقاومت‌ها درست است؟

الف) از پتانسیومتر در زنگ خطر آتش به عنوان حسگر دما استفاده می‌شود چون بستگی آن به دما با سایر مقاومت‌ها متفاوت است.

ب) در مقاومت‌های نوری، با افزایش نور، اندازهٔ مقاومت کاهش می‌یابد.

ج) از دیود نورگسیل می‌توان به عنوان یکسوکنندهٔ جریان نیز استفاده کرد.

د) پتانسیومتر در مدارهای الکترونیکی همان نقش رئوستا را دارد.

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۴

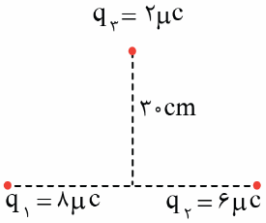
پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۲ - ساده - حفظی)

پاسخ تشریحی:

تنها عبارت «الف» غلط است. توضیحات داده شده در این گزینه برای ترمیستور است نه برای پتانسیومتر. پتانسیومتر نوعی مقاومت متغیر است که همان نقش رئوستا در مدارهای الکترونیکی را بازی می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۵۱- در شکل زیر دو بار q_1 و q_2 در فاصله $60cm$ از یکدیگر قرار دارند. اگر بار q_3 روی عمودمنصف خط واصل دو بار q_1 و q_2 قرار گرفته باشد، نیروی الکتریکی وارد بر آن از طرف دو بار دیگر چند نیوتن است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴ (۱۱۰۱ - متوسط - محاسباتی)

اندازه نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی

اندازه نیروی الکتریکی: اندازه نیروی الکتریکی توسط قانون کولن و به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

در این رابطه، k ثابت قانون کولن $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$، $|q_1|$ و $|q_2|$ اندازهٔ بارها و r فاصله دو بار از یکدیگر است.

نکته: اگر در قانون کولن q_1 و q_2 برحسب میکروکولن و r برحسب سانتی‌متر باشند می‌توان از تبدیل واحد صرف‌نظر کرد و در عوض مقدار k را برابر ۹۰ قرار داد.

اندازه میدان الکتریکی: برای محاسبه میدان الکتریکی دو روش وجود دارد:

روش ۱) اگر در نقطه‌ای از فضا، بار آزمون $q_.$ قرار گیرد و به آن نیروی الکتریکی $\vec{F}$ وارد شود، بردار میدان و اندازه‌اش در آن نقطه برابر است با:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_.} \quad و \quad E = \frac{F}{q_.}$$

نکته مهم ۱) در شکل برداری رابطه بالا، $q_.$ با علامت ولی در شکل اندازه‌ای این رابطه، اندازه $q_.$ را قرار می‌دهیم.

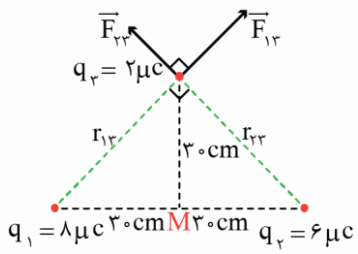
نکته مهم ۲) به طور کلی، اندازه و علامت $q_.$، در شدت میدان الکتریکی و جهت آن بی‌تأثیر است.

روش ۲) اگر میدان الکتریکی ناشی از بار q در فاصله r از آن را بخواهیم، از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم:

$$E = k\frac{|q|}{r^2}$$

پاسخ تشریحی:

گام ۱) با توجه به عمودمنصف خط واصل دو بار، فاصله بارهای q_1 و q_2 از نقطه M برابر $\frac{60}{2} = 30cm$ است. حال می‌توان نیرویی که هر بار به بار q_3 وارد می‌کند را حساب کرد:



$$r_{13} = r_{23} = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2}cm$$

$$F_{13} = 9\times10^9 \times \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = 9\times10^9 \times \frac{8\times2}{(30\sqrt{2})^2} = 0/8N$$

$$F_{23} = 9\times10^9 \times \frac{q_2 \times q_3}{r_{23}^2} = 9\times10^9 \times \frac{6\times2}{(30\sqrt{2})^2} = 0/6N$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

گام ۲) با توجه به نیروهای رسم شده در شکل بالا، زاویه دو نیرو برابر با ۹۰° است، پس اندازه نیروی برایند آن‌ها برابر است با:

$$F_T = \sqrt{F_{۱۳}^۲ + F_{۲۳}^۲} = \sqrt{(۰/۸)^۲ + (۰/۶)^۲} = ۱N$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- شعاع کرهٔ فلزی A، نصف شعاع کرهٔ فلزی B است. اگر چگالی سطحی بار کره A، ۲۵ درصد چگالی سطحی بار کره B باشد، بار کرهٔ B چند برابر کرهٔ A است؟

۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲ (۱۱۰۱ - ساده - محاسباتی)

چگالی سطحی بار الکتریکی

✓ چگالی سطحی بار الکتریکی را با نماد (σ) نمایش می‌دهند و برابر است با:

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

✓ در این رابطه q، بار جسم و A، مساحت جانبی جسم است. به عنوان مثال، اگر جسم موردنظر کره‌ای به شعاع r باشد، چون مساحت جانبی کره $(۴\pi r^۲)$ است، چگالی سطحی بار آن برابر می‌شود با:

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{۴\pi r^۲}$$

✓ شکل مقایسه‌ای این رابطه بصورت مقابل است:

$$\frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = \frac{q_۲}{q_۱} \times (\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

مثال:

دو کرهٔ فلزی مشابه به شعاع ۲cm که دارای بارهای $q_۱ = -۴\mu C$ و $q_۲ = ۱۰\mu C$ هستند را با یکدیگر تماس می‌دهیم و سپس از هم جدا می‌کنیم. چگالی سطحی بار هر کدام از کره‌ها بعد از جدا شدن، چند میکروکولن بر سانتی‌متر مربع می‌شود؟ $(\pi = ۳)$

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

پاسخ: گزینه ۲

گام ۱) بعد از تماس دو کره، بار هر یک برابر می‌شود با:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{-۴ + ۱۰}{۲} = ۳\mu C$$

گام ۲) چگالی سطحی بار دو کره برابر می‌شود با:

$$\sigma'_۱ = \sigma'_۲ = \frac{q'_۱}{۴\pi r_۱^۲} = \frac{۳}{۴ \times ۳ \times ۲^۲} \frac{\mu C}{cm^۲} = \frac{۱}{۱۶} \frac{\mu C}{cm^۲}$$

پاسخ تشریحی:

چگالی کرهٔ A، ۲۵ درصد (یعنی $\frac{۱}{۴}$) چگالی کرهٔ B و شعاع کرهٔ A نیز $\frac{۱}{۲}$ شعاع کره B است، پس می‌توان نوشت:

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{۴\pi r^۲} \rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times (\frac{r_B}{r_A})^۲ \rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{q_A}{q_B} \times ۲^۲ \rightarrow q_B = ۱۶q_A$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- در صفحهٔ xy، بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱ = -۳\mu C$ در نقطهٔ A به مختصات (۲cm,۰) قرار دارد و بار الکتریکی $q_۲ = ۲۷\mu C$ نیز در نقطهٔ B به مختصات (-۶cm,۰) ثابت نگه داشته شده است و بار الکتریکی $q_۳ = ۴\mu C$ نیز در مکانی در این صفحه قرار دارد که نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر شود. اگر در این حالت، بار $q_۴ = ۲\mu C$ را در مختصات (۳cm,۰) قرار دهیم، چه نیرویی (برحسب نیوتن) از طرف بار $q_۳$ بر آن وارد می‌شود؟

$$\left(k = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{c^۲}\right)$$

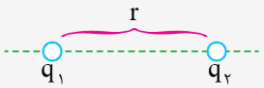
۱) ۸۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۱ - متوسط - محاسباتی)

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

صفر شدن نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی

دو ذره با بار q_1 و q_2 را در نظر بگیرید که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند. روی خط واصل دو بار، نقطه‌ای وجود دارد که در آن اندازه میدان الکتریکی برایند صفر می‌شود.



در این مورد به نکات زیر توجه کنید:

۱) این نقطه همواره نزدیک به باری است که اندازه کوچک‌تری دارد.

۲) اگر q_1 و q_2 هم‌نام باشند، این نقطه بین فاصله دو بار و اگر q_1 و q_2 ناهم‌نام باشند، این نقطه خارج از فاصله دو بار است.

۳) شرط صفر شدن میدان الکتریکی خالص، برابری میدان‌ها در آن نقطه است، یعنی:

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q_2|}{r_2^2}$$

۴) اگر $q_2 = q_1$ باشند، دقیقاً در وسط فاصلهٔ دو بار E_T صفر می‌شود ولی اگر $q_2 = -q_1$ باشد، در هیچ نقطه‌ای E_T صفر نمی‌شود.

۵) در نقطه‌ای که میدان الکتریکی برایند صفر شود، اگر باری مثل q_3 قرار دهیم، نیروی الکتریکی وارد بر آن نیز صفر می شود، پس نکات بالا در مورد صفر شدن نیروی الکتریکی برایند وارد بر بار سومی مثل q_3 نیز برقرار است.

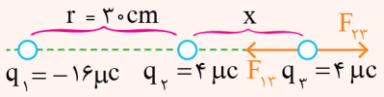
مثال:

دو بار الکتریکی $q_1 = -16\mu C$ و $q_2 = 4\mu C$ در فاصله $30cm$ از یکدیگر قرار دارند.

الف) بار $q_3 = 4\mu C$ را در چه فاصله‌ای از بار بزرگ‌تر قرار دهیم تا نیروی الکتریکی وارد بر آن صفر شود؟

ب) اگر اندازه q_3 را نصف و علامت آن را قرینه کنیم، باید آن را در چه فاصله‌ای از بار بزرگ‌تر قرار دهیم تا نیروی الکتریکی وارد بر آن صفر شود؟

پاسخ الف) طبق نکات گفته شده، بار q_3 را باید خارج از فاصله دو بار و نزدیک به q_2 قرار دهیم. اگر فاصله q_3 تا بار کوچک‌تر (q_2) را x فرض کنیم، داریم:



$$F_{T_3} = 0 \rightarrow F_{13} = F_{23} \rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2}$$

گام ۲) با توجه به شکل بالا، $r_{23} = x$ و $r_{13} = r + x = 30 + x$ است، حال کافی است در رابطه بالا، این دو مورد را جایگذاری کنیم:

$$\frac{16}{(30+x)^2} = \frac{4}{x^2} \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{2}{30+x} = \frac{1}{x} \rightarrow 2x = 30 + x \rightarrow x = 30cm$$

گام ۳) پس فاصله بار q_3 تا بار q_1 (بار بزرگ‌تر)، $30 + 30 = 60cm$ می‌شود.

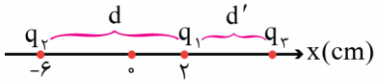
نکته مهم:

در رابطه $F_{13} = F_{23}$، لازم نیست تمام کمیت‌ها در SI عددگذاری شوند، کافی است کمیت‌های مشابه در دو طرف، یکای مشابه داشته باشند. به عنوان مثال، بارها را برحسب μC و فواصل را در طرفین می‌توان برحسب متر (m) عددگذاری کرد.

پاسخ قسمت ب) اگر دقت کنید در رابطه تساوی بالا، q_3 از طرفین حذف شد، این یعنی، اندازه و نوع باری که قرار است نیروی وارد بر آن صفر شود، مهم نیست. پس در این حالت نیز فاصله q_3 تا q_1 (بار بزرگ‌تر) همان ۶۰ سانتی‌متر می‌شود.

پاسخ تشریحی:

گام ۱) تمام بارها روی محور x قرار دارند، پس می‌توانیم مانند شکل مقابل، محل آن‌ها را مشخص کنیم. با توجه به شکل، فاصله دو بار q_1 و q_2، $d = 8cm$ است. برای اینکه نیروی برایند وارد بر q_3، از طرف دو بار q_1 و q_2 صفر شود، این بار باید خارج از فاصله دو بار و نزدیک به q_1 باشد (مانند شکل). اگر فاصله q_3 تا q_1 را d' فرض کنیم، می‌توان نوشت:



$$F_{13} = F_{23} \rightarrow k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \xrightarrow{r_{23}=d+d',\ r_{13}=d'} \frac{3}{d'^2} = \frac{27}{(8+d')^2} \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{1}{d'} = \frac{3}{8+d'}$$

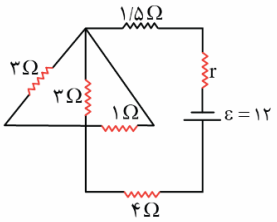
$$\rightarrow 8 + d' = 3d' \rightarrow d' = 4cm$$

گام ۲) چون $d' = 4cm$ باشد، پس بار q_3 در $x = 2 + 4 = 6cm$ قرار دارد، در نتیجه فاصله این بار از بار q_4 که در $x = 3cm$ قرار دارد، برابر با $6 - 3 = 3cm$ می‌شود، پس F_{34} برابر می‌شود با:

$$F_{34} = 9 \cdot \frac{q_3 q_4}{r_{34}^2} = 9 \cdot \frac{4 \times 2}{(3)^2} = 8 \cdot N$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۵۴- در مدار مقابل، انرژی مصرفی در مدت ۱۰ ثانیه در مقاومت ۱/۵ اُهمی چند برابر انرژی مصرفی در مدت ۵۰ ثانیه در یکی از مقاومت‌های ۳ اُهمی است؟



۱) ۱/۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) ۴/۵

پاسخ: گزینه ۲ (۱۱۰۲ - متوسط - مفهومی و محاسباتی)

توان در مقاومت‌ها و مقایسه توان‌ها

✓ توان مصرفی مقاومت‌های خارجی از روابط مقابل به دست می‌آید:

$$P = \frac{V^2}{R} = RI^2 = VI$$

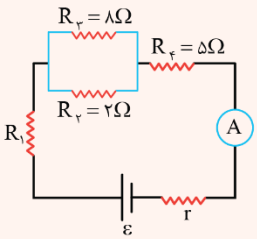
اگر انرژی مصرفی در مقاومت را بخواهیم، کافی است، روابط توان را در t ضرب کنیم، یعنی:

$$P = \frac{U}{t} \rightarrow U = P.t \rightarrow U_R = \frac{V^2}{R}.t = RI^2t = VIt$$

✓ در مقاومت‌های موازی که ولتاژها برابر است، برای مقایسه توان‌ها از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ و در مقاومت‌های متوالی که جریان‌ها برابر است، برای مقایسه توان‌ها از رابطه $P = RI^2$ استفاده کنید. در نتیجه در مقاومت‌های موازی $P \propto \frac{1}{R}$ و در مقاومت‌های متوالی $P \propto R$ است.

مثال:

در مدار مقابل، توان مصرفی مقاومت R_2 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_4 است؟



۱) $\frac{۳۲}{۱۲۵}$
۲) $\frac{۱۶}{۱۲۵}$
۳) $\frac{۳۲}{۲۵۰}$
۴) $\frac{۱۶}{۲۵۰}$

پاسخ: گزینه ۱

گام ۱) فرض می‌کنیم جریان عبوری از R_3 برابر x آمپر باشد، در این صورت چون $\frac{R_2}{R_3} = \frac{۱}{۴}$ است، پس جریان عبوری از R_2 برابر عکس $\frac{۱}{۴}$، یعنی $۴x$ خواهد بود. جریان کل برابر با جمع جریان دو مقاومت موازی R_2 و R_3، یعنی برابر با $x + ۴x = ۵x$ است. پس جریان R_4، که برابر با جریان کل است نیز برابر $۵x$ می‌شود. حال می‌توان توان‌های گفته شده را مقایسه کرد:

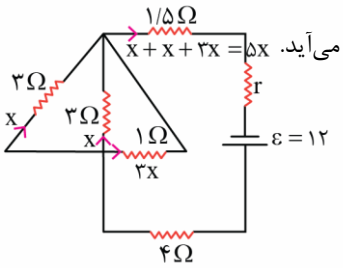
$$\frac{P_2}{P_4} = \frac{R_2I_2^2}{R_4I_4^2} = \frac{۲\times(۴x)^2}{۵\times(۵x)^2} = \frac{۲\times۱۶x^2}{۵\times۲۵x^2} = \frac{۳۲}{۱۲۵}$$

نکته:

همان‌طور که در مثال بالا دیدید، در مقایسه توان مقاومت‌ها، اندازه جریان کل، ε و r بی‌تأثیر است.

پاسخ تشریحی:

گام ۱) در مدار مقابل، اگر جریان عبوری از مقاومت ۳ اُهمی x فرض شود، جریان بقیه مقاومت‌ها برحسب x به دست می‌آید.

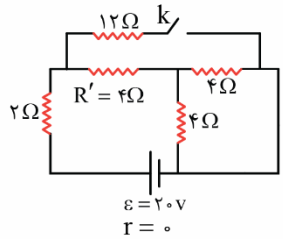


گام ۲) حال می‌توان نسبت خواسته شده را به دست آورد؛

$$U = RI^2t \rightarrow \frac{U_{۱/۵\Omega}}{U_{۳\Omega}} = \frac{۱/۵\times(۵x)^2\times۱۰}{۳\times x^2\times۵۰} = ۲/۵$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- در مدار مقابل، با بستن کلید k، جریان عبوری از مقاومت R' چند برابر می‌شود؟

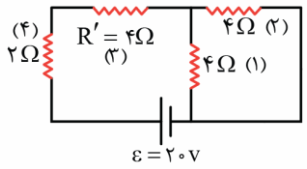


۱) $\frac{۸}{۹}$
۲) $\frac{۷}{۸}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۲ - سخت - محاسباتی)

گام ۱: قبل از بستن کلید، مدار بصورت شکل مقابل است. در این مدار، مقاومت معادل مدار بصورت زیر محاسبه می‌شود:



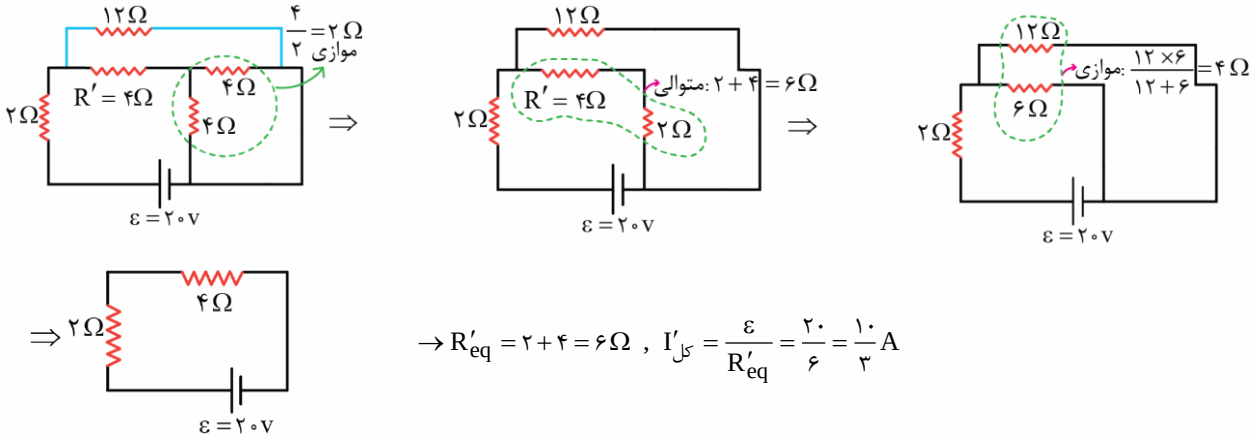
$$R_1 \,||\, R_2 \rightarrow R_{1,2} = \frac{۴}{۲} = ۲\Omega$$

$$R_4, R_3, R_{12}: \text{متوالی} \rightarrow R_{eq} = ۲ + ۴ + ۲ = ۸\Omega$$

گام ۲) جریان عبوری از مقاومت R' (همان R_3) همان جریان کل است، پس:

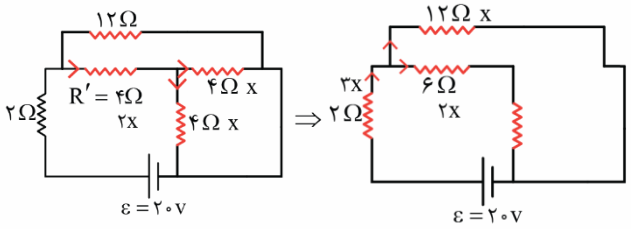
$$I_{R'} = I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۲۰}{۸} = ۲/۵\,A$$

گام ۳) در حالت دوم و با بستن کلید، مدار بصورت زیر ساده می‌شود:



$$\rightarrow R'_{eq} = ۲ + ۴ = ۶\Omega \;,\; I'_{کل} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} = \frac{۲۰}{۶} = \frac{۱۰}{۳}\,A$$

گام ۴) جریان کل در حالت دوم $I' = \frac{۱۰}{۳}A$ شد، در شکل زیر جریان را بین مقاومت‌ها تقسیم کرده‌ایم، در این مدار، جریان کل $۳x$ شده است پس می‌توان نوشت:



$$۳x = \frac{۱۰}{۳} \rightarrow x = \frac{۱۰}{۹}\,A$$

گام ۵) با توجه به شکل بالا (سمت چپ)، جریان مقاومت R'، $۲x$ است، پس جریان این مقاومت $۲ \times \frac{۱۰}{۹} = \frac{۲۰}{۹}A$ است. پس جریان این مقاومت $\frac{\frac{۲۰}{۹}}{۲/۵} = \frac{۸}{۹}$ برابر خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۵۶- سیملوله‌ای که از ۶۰۰ حلقه به شعاع ۱۰cm تشکیل شده است دارای طول ۴۰cm است. اگر جریان عبوری از سیملوله ۲۰۰ میلی‌آمپر کاهش یابد، به ترتیب از راست به چپ، میدان مغناطیسی روی محور سیملوله چند گاوس تغییر می‌کند و ضریب القاوری چند برابر می‌شود؟ $(\mu_. = ۴\pi \times ۱۰^{-۷}\,\frac{T.m}{A})$

۱) $۱/۲\pi$ ، ۱ ۲) $-۱/۲\pi$ ، ۲ ۳) $-۱/۲\pi$ ، ۱ ۴) $۱/۲\pi$ ، ۲

پاسخ: گزینه ۳ (۱۱۰۳ - متوسط - مفهومی و محاسباتی)

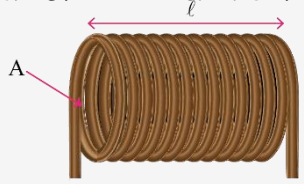
میدان سیملوله و ضریب القاوری سیملوله

اندازهٔ میدان مغناطیسی سیملولهٔ آرمانی، روی محور آن از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$B = \mu_. \frac{NI}{\ell}$$

در این رابطه، N، تعداد حلقه‌های سیملوله، I جریان عبوری (برحسب آمپر) و ℓ طول سیملوله (برحسب متر) است.

ضریب القاوری: ویژگی‌های فیزیکی هر القاگر، توسط ضریب القاوری آن تعیین می‌شود. ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود به عواملی همچون تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد بستگی دارد. برای مثال، ضریب القاوری سیملوله‌ای آرمانی و بدون هسته، که دارای طول ℓ، سطح مقطع A و N حلقهٔ نزدیک به هم است (شکل مقابل) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$L = \frac{\mu_. AN^۲}{\ell}$$

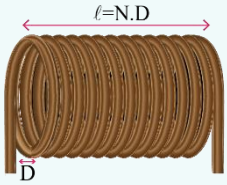
برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

نکات طلایی:

در رابطه گفته شده، نسبت $\frac{N}{\ell}$، تعداد حلقه در واحد طول است که در واقع تراکم حلقه‌ها را نشان می‌دهد، این نسبت را معمولاً با n نمایش می‌دهند، در این صورت، میدان سیملوله برابر می‌شود با:

$$B = \mu_0 nI$$

اگر مانند شکل زیر، حلقه‌های سیملوله کاملاً به یکدیگر چسبیده باشند و در یک ردیف قرار گیرند، طول سیملوله برابر با حاصل‌ضرب قطر هر حلقه در تعداد حلقه‌هاست، در این صورت اندازهٔ میدان مغناطیسی سیملوله روی محور آن به صورت زیر خواهد بود:



$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \xrightarrow{\ell = N \times D} B = \mu_0 \frac{NI}{ND} \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{D}$$

با توجه به رابطه ضریب القاوری، ضریب القاوری به شدت جریان عبوری از سیملوله بستگی ندارد.

تذکر: شعاع حلقه‌های سیملوله در محاسبه خواسته‌های این تست تأثیری نداشت و صرفاً جهت گمراهی داده شده بود.

پاسخ تشریحی:

گام ۱) تغییر میدان مغناطیسی سیملوله برابر می‌شود با:

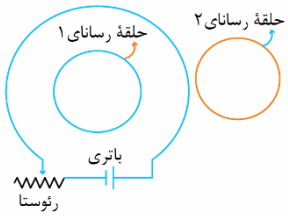
$$B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 NI_2}{\ell} - \frac{\mu_0 NI_1}{\ell} = \frac{\mu_0 N(I_2 - I_1)}{\ell}$$

$$\xrightarrow[\ell = 0/4\,m\,,\ N = 600]{I_2 - I_1 = -200\,mA = -0/2\,A} B_2 - B_1 = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{600 \times (-0/2)}{0/4} = -1/2\pi \times 10^{-4}\,T = -1/2\pi G$$

گام ۲) ضریب القاوری از رابطه $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$ به دست می‌آید، در نتیجه جریان و تغییر آن روی ضریب القاوری تأثیری ندارد پس (L) ثابت می‌ماند.

گروه آموزشی ماز

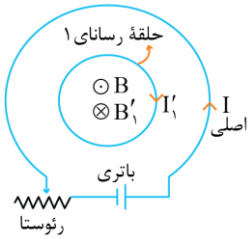
۵۷- در مدار مقابل، اگر جریان القا شده در حلقه رسانای ۱، ساعتگرد باشد، به ترتیب از راست به چپ، مقاومت رئوستا به کدام سمت حرکت کرده است و جریان القایی در حلقهٔ رسانای ۲ در کدام جهت است؟



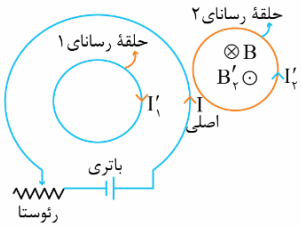
۱) راست، ساعتگرد
۲) چپ، پادساعتگرد
۳) راست، پادساعتگرد
۴) چپ، ساعتگرد

پاسخ: گزینه ۳ (۱۱۰۳ - متوسط - مفهومی)

پاسخ تشریحی:



گام ۱) در شکل مقابل، جریان اصلی در مدار دارای باتری، پادساعتگرد است. چون جریان القایی در حلقه ۱، ساعتگرد است، میدان القایی ناشی از آن در مرکز حلقه (B'_1) درون‌سو می‌شود و میدان مغناطیسی ناشی از جریان اصلی در مرکز حلقه بزرگ‌تر (B) برون‌سو است. چون B'_1 و B خلاف جهت یکدیگر هستند، پس شار عبوری از حلقه ۱ در حال افزایش بوده و این یعنی جریان اصلی مدار در حال افزایش بوده است، برای افزایش جریان اصلی باید مقاومت رئوستا در حال کاهش باشد، پس باید به سمت راست حرکت کند (رد گزینه‌های ۲ و ۴)



گام ۲) میدان ناشی از جریان اصلی در خارج از حلقهٔ بزرگ‌تر (یعنی در محل حلقه رسانای (۲)) درون‌سو خواهد بود. از طرفی چون I در حال افزایش است، پس شار عبوری از حلقهٔ ۲ در حال افزایش است و این یعنی میدان القایی در حلقه ۲ (یعنی B'_2) باید در خلاف جهت میدان اصلی، یعنی باید برون‌سو باشد، با توجه به قاعدهٔ دست راست و جهت B'_2، جریان القایی در حلقهٔ ۲، پادساعتگرد است.

گروه آموزشی ماز

۵۸- حلقه‌ای به مساحت $50\,cm^2$ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار دارد. اگر معادلهٔ تغییرات این میدان در SI به صورت $B = 2t^2 + t$ باشد، اندازهٔ جریان متوسط القایی در آن در ۲ ثانیه اول چند آمپر است؟ (مقاومت حلقه $0/05\,\Omega$ است)

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۵۰ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۳ - متوسط - محاسباتی)

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

نیرو محرکه القایی و جریان القایی

✓ اگر شار عبوری از حلقه‌ای با N دور تغییر کند، در آن نیروی محرکه القا می‌شود که طبق قانون فاراده، اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

✓ در اثر نیروی محرکهٔ القا شده در حلقه، در آن جریانی القا می‌شود که مقدار متوسط این جریان القایی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \rightarrow \bar{I} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

در رابطهٔ مقابل، R، مقاومت حلقه است.

نکات مهم:

اگر در سؤال اندازهٔ نیرو محرکه القایی و یا اندازه جریان القایی خواسته شود، می‌توانیم علامت منفی را از روابط بالا حذف کنیم.

به $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$، آهنگ تغییر شار گویند، هر چقدر شار سریع‌تر تغییر کند، مقدار $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ بزرگ‌تر بوده و اندازه نیروی محرکه القایی و جریان القایی بزرگ‌تر خواهد بود.

پاسخ تشریحی:

گام ۱) ابتدا باید تغییر شار در محل حلقه را حساب کنیم، چون فقط اندازه میدان مغناطیسی در حال تغییر است، پس تغییرات شار برابر می‌شود با:

$$\Delta\varphi_{(۰\text{ تا }۲s)} = A\cos\theta(B_{(t=۲s)} - B_{(t=۰)}) = ۵۰\times۱۰^{-۴}\times\cos۰\times\left((۲\times۲^{۲}+۲)-(۲\times۰^{۲}+۰)\right) = ۰/۰۵\,Wb$$

گام ۲) اندازهٔ نیروی محرکه القایی در ۲ ثانیه اول برابر می‌شود با:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left|-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right| = \left|-۱\times\frac{۰/۰۵}{۲}\right| = ۰/۰۲۵\,V$$

گام ۳) اندازه جریان متوسط القایی نیز برابر می‌شود با:

$$|\bar{I}| = \frac{|\bar{\varepsilon}|}{R} = \frac{۰/۰۲۵}{۰/۰۵} = ۰/۵\,A$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۲t^{۲} - ۸t - ۱۰$ است. تندی متوسط متحرک در بازه‌ای که جهت بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه می‌باشد؟

۱) ۳/۶ ۲) ۲ ۳) ۵/۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۱ - متوسط - محاسباتی)

حرکت با شتاب ثابت روی خط راست

اگر مقدار شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه برابر با شتاب لحظه‌ای باشد حرکت را حرکت با شتاب ثابت روی خط راست می‌نامند. معادله مکان - زمان این متحرک یک معادله درجه ۲ و معادله سرعت - زمان آن یک معادله درجه ۱ است.

معادله مکان - زمان $x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_۰t + x_۰$ (رابطه ۱)

معادله سرعت - زمان $v = at + v_۰$ (رابطه ۲)

برای محاسبه سرعت متوسط در این حرکت با استفاده از معادله مکان - زمان خواهیم داشت.

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_۰t + x_۰ \rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_۰t$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{۱}{۲}at^{۲} + v_۰t}{t} = \frac{۱}{۲}at + v_۰ \rightarrow v_{av} = \frac{۱}{۲}at + v_۰$$

تجربی خارج - ۱۴۰۱:

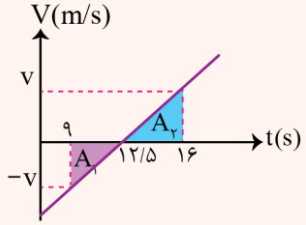
متحرکی با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^{۲}}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۹s$ تا $t_۲ = ۱۶s$ برابر صفر باشد، تندی متوسط آن در همین بازهٔ زمانی چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۷ ۳) ۱۰/۵ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینه ۲

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

جابه‌جایی متحرک در بازهٔ t_1 تا t_2 صفر می‌شود بنابراین در لحظه‌ی $t=\frac{t_1+t_2}{2}=12/5s$ سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت داده است. بنابراین:



$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\rightarrow 4=\frac{0-(-v)}{3/5}\rightarrow v=14\frac{m}{s}$$

$$\ell=A_1+A_2=2A_1=2\times\frac{14\times 3/5}{2}=49m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{49}{7}=7\frac{m}{s}$$

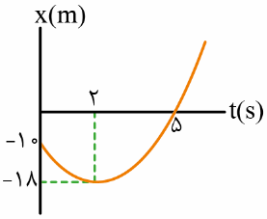
پاسخ تشریحی:

نمودار مکان - زمان این متحرک را رسم می‌کنیم:

$$x=2(t^2-4t-5)=2(t+1)(t-5)$$

$$x=0\rightarrow\begin{cases}t_1=-1s\\ t_2=5s\end{cases}$$

$$\text{رأس سهمی}\rightarrow t=\frac{-1+5}{2}=2s\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}}x=-18m$$



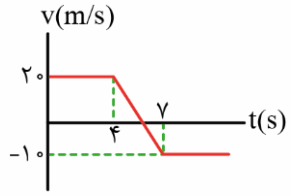
با توجه به نمودار مقابل، در بازهٔ زمانی $t_1=0s$ تا $t_2=5s$ جهت بردار مکان در خلاف جهت محور x بوده است.

$$\ell_{[0,5]}=8m+18m=26m$$

$$\rightarrow s_{av[0,5]}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{26}{5}=5/2\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور xها در حرکت است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مکان $x_0=-40m$ عبور کرده باشد، در ۱۵ ثانیه اول حرکت، چند ثانیه متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان بوده است؟

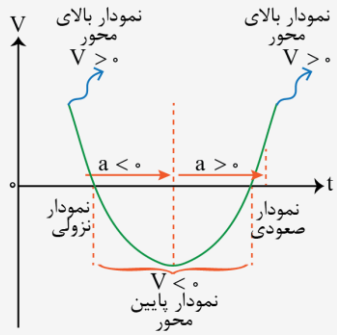


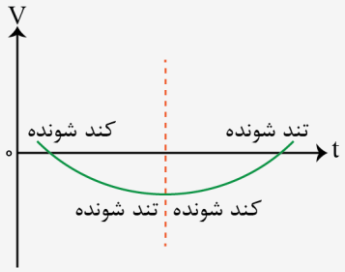
۱) ۶
۲) ۶/۵
۳) ۸/۵
۴) ۹

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۱ - سخت - محاسباتی)

نمودار سرعت - زمان

در نمودار سرعت - زمان در قسمت‌هایی که علامت سرعت و شتاب یکی است حرکت تندشونده و در صورتی که علامت آن‌ها مخالف یکدیگر باشد حرکت کندشونده است.

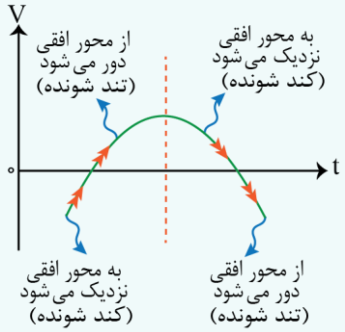




برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

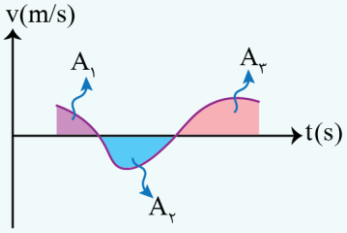
نکته:

مشابه با نمودار مکان - زمان نوع حرکت قبل از لحظه توقف کندشونده و پس از آن تندشونده است.
به بیان دیگر می‌توان گفت اگر نمودار سرعت - زمان به محور افقی نزدیک شود حرکت کندشونده و اگر از آن دور شود حرکت تندشونده خواهد بود.



نکته:

بررسی سطح زیر نمودار: در نمودار سرعت - زمان مساحت محصور بین نمودار و محور افقی بیانگر جابه‌جایی متحرک است. توجه کنید که علامت جابه‌جایی بالای محور زمان مثبت و پایین محور زمان منفی است. برای محاسبه مسافت باید تمامی مساحت‌ها را با علامت مثبت در نظر گرفت. پس از تعیین جابه‌جایی و مسافت می‌توان سرعت و تندی متوسط را محاسبه کرد.



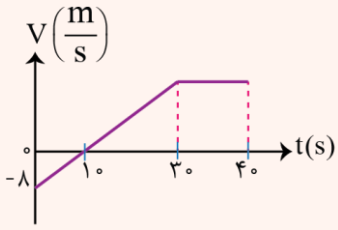
$$\text{جابه‌جایی}\quad \Delta x = +A_1 - A_2 + A_3 \rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\text{مسافت}\quad L = +A_1 + A_2 + A_3 \rightarrow s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$

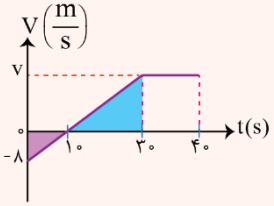
مثال:

نمودار سرعت - زمان یک متحرک که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است.
نسبت سرعت متوسط به تندی متوسط در کل حرکت کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۷}$ ۳) $\frac{۲۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۲۰}{۲۱}$

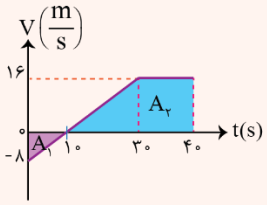


پاسخ: گزینه ۱
به کمک تشابه مثلث‌ها سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۳۰s$ را محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{۸}{۱۰} = \frac{v}{۲۰} \rightarrow v = ۱۶\frac{m}{s}$$

حال به کمک مساحت‌های زیر نمودار و محور t جابه‌جایی و مسافت طی شده را به دست می‌آوریم:



$$\Delta x = A_2 - A_1 = \frac{۱۰+۳۰}{۲}\times ۱۶ - \frac{۸\times ۱۰}{۲} = ۳۲۰ - ۴۰ = ۲۸۰m$$

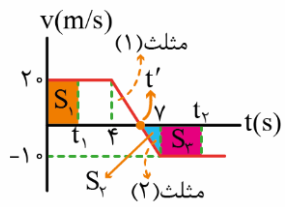
$$\ell = A_2 + A_1 = ۳۲۰ + ۴۰ = ۳۶۰m$$

در نتیجه:

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{\frac{\Delta \ell}{\Delta t}} = \frac{۲۸۰}{۳۶۰} = \frac{۷}{۹}$$

پاسخ تشریحی:

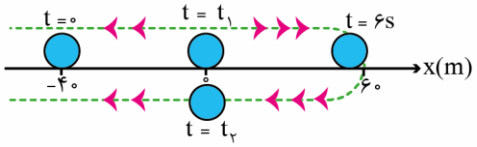
قبل از هر چیزی لحظهٔ t' (در شکل) را پیدا می‌کنیم. از تشابه بین دو مثلث (۱) و (۲) می‌توان چنین نوشت:



$$\frac{t'-۴}{۲۰} = \frac{۷-t'}{۱۰} \rightarrow t' = ۶s$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

با توجه به نمودار، شکل مسیر حرکت متحرک مانند شکل مقابل است. طبق این شکل، از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ $t=t_1$ و نیز از لحظهٔ $t=6s$ تا لحظهٔ $t=t_2$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. پس باید مقادیر t_1 و t_2 را بدست آوریم.



سطح زیر نمودار از $t=0$ تا $t=t_1$ باید برابر ۴۰ باشد $\rightarrow \Delta x_{[0,t_1]}=0-(-40)=40m \rightarrow$ طبق شکل

$\rightarrow S_1=40m \rightarrow 20t_1=40 \rightarrow t_1=2s$

$$\Delta x_{[0,6]}=\frac{4+6}{2}\times 20=100m \rightarrow \underbrace{\Delta x_{[0,6]}}_{100m}=x_2-\underbrace{x_1}_{-40} \rightarrow x_2=60m$$

$$\Delta x_{[6,7]}=\frac{-1\times 10}{2}=-5m$$

بنابراین از $t=7s$ تا $t=t_2$ متحرک حداکثر ۵۵ متر دیگر می‌تواند جابه‌جا شود و در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان باشد.

$\Delta x_{[7,t_2]}=-55m \rightarrow S_3=55m \rightarrow 10(t_2-7)=55m \rightarrow t_2=12/5s$

پس در کل در بازه‌های زمانی $t_1=0s$ تا $t_2=2s$ و $t'_1=6s$ تا $t'_2=12/5s$ یعنی مجموعاً به مدت ۸/۵ ثانیه متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان بوده است.

گروه آموزشی ماز

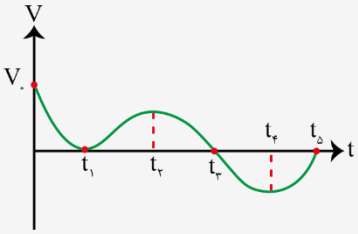
۶۱- خودرویی روی خط راست با تندی ثابت در حرکت است. ناگهان راننده ترمز گرفته و حرکت خودرو با شتاب ثابت کند می‌شود و خودرو ۵ ثانیه پس از ترمز می‌ایستد. دو ثانیه پس از لحظهٔ ترمز، چند درصد از کل مسافت طی شده از ترمز تا توقف خودرو، طی شده است؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

پاسخ: گزینه ٤ (۱۲۰۱ - متوسط - مسأله)

مفاهیم نمودار سرعت-زمان:

با توجه به نمودار سرعت - زمان مقابل، مفاهیم مهم این نمودار را مرور می‌کنیم.



۱) اگر نمودار بالای محور t باشد $\rightarrow v>0 \rightarrow \begin{cases}\Delta x>0\\ S>0\end{cases}$ $\rightarrow$ در شکل $\rightarrow$ حرکت در جهت محور است $\rightarrow$ مانند بازه (۰ تا t_3)

۲) اگر نمودار پایین محور t باشد $\rightarrow v<0 \rightarrow \begin{cases}\Delta x<0\\ S<0\end{cases}$ $\rightarrow$ در شکل $\rightarrow$ حرکت در خلاف جهت محور است $\rightarrow$ مانند بازه (t_3 تا t_5)

۳) اگر نمودار در حال دور شدن از محور t باشد $\rightarrow$ در شکل $\rightarrow$ حرکت تندشونده است $\rightarrow$ مانند بازه‌های (t_1 تا t_2) و (t_3 تا t_4)

۴) اگر نمودار در حال نزدیک شدن به محور t باشد $\rightarrow$ در شکل $\rightarrow$ حرکت کندشونده است $\rightarrow$ مانند بازه‌های (۰ تا t_1)، (t_2 تا t_3) و (t_4 تا t_5)

۵) مانند لحظه‌های t_1 و t_5 در شکل $\rightarrow$ سرعت متحرک صفر می‌شود $\rightarrow$ در لحظاتی که نمودار به محور t برخورد کند ولی از آن عبور نکند

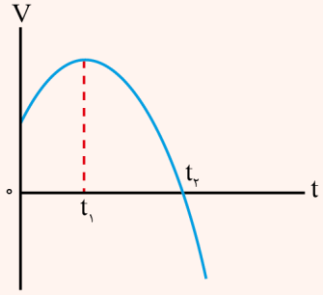
۶) مانند لحظهٔ t_3 در شکل $\rightarrow$ سرعت متحرک صفر شده و جهت حرکت تغییر می‌کند $\rightarrow$ در لحظاتی که نمودار از محور t عبور کند

۷) مانند لحظات t_1، t_2، t_3 و t_4 در شکل $\rightarrow$ نوع حرکت متحرک تغییر می‌کند $\rightarrow$ در قله‌ها و دره‌های نمودار و نقاطی که نمودار قطع می‌شود

۸) شتاب متوسط = شیب خط واصل و شتاب لحظه‌ای = شیب خط مماس بر نمودار

سراسری خارج از کشور تجربی ۱۴۰۰

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. کدام مورد زیر درست است؟



الف- جهت سرعت و شتاب در لحظهٔ t_1 تغییر کرده است.

ب- در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 حرکت در جهت محور x است.

پ- در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 تندی در حال کاهش است.

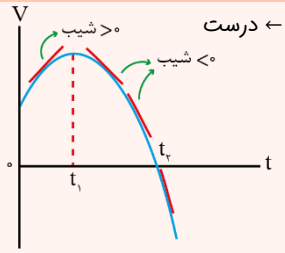
ت- بردار شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 خلاف جهت محور x است.

۱) ب ۲) پ ۳) الف و ت ۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۱

عبارت الف) در لحظهٔ t_1، علامت شیب مماس بر نمودار از مثبت به منفی تغییر می‌کند، پس جهت شتاب تغییر می‌کند ولی علامت سرعت همچنان مثبت بوده و تغییر نمی‌کند ← غلط

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir



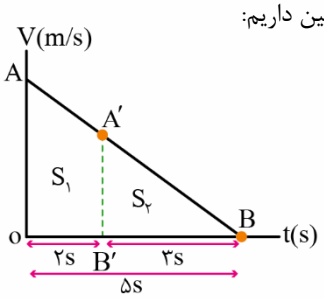
عبارت ب) در بازهٔ t_1 تا t_2، نمودار بالای محور t بوده پس علامت سرعت مثبت است و متحرک در جهت محور حرکت می‌کند ← درست

عبارت پ) در بازه صفر تا t_1، اندازه سرعت (یعنی همان تندی) در حال افزایش است نه کاهش ← غلط

عبارت ت) مطابق شکل مقابل شیب خط مماس بر منحنی در بازه (۰ تا t_1) مثبت و در بازه (t_1 تا t_2) منفی است، پس شتاب در ابتدا مثبت و سپس منفی است ← غلط

پاسخ تشریحی:

اگر نمودار سرعت - زمان از لحظهٔ ترمز تا لحظهٔ توقف خودرو را رسم کنیم، داریم: مساحت مثلث $\overset{\Delta}{AOB}$ معادل با کل مسافت طی شده از ترمز تا توقف است و خواسته سؤال نسبت مساحت S_1 به کل مساحت می‌باشد. اگر بین دو مثلث $\overset{\Delta}{AOB}$ و $\overset{\Delta}{A'BB'}$ تشابه بنویسیم چنین داریم:



$$\frac{S_{A'BB'}}{S_{AOB}}=(\frac{BB'}{OB})^2$$

$$\rightarrow \frac{S_2}{S_{کل}}=(\frac{3}{5})^2 \rightarrow S_2=\frac{9}{25}S_{کل}$$

$$S_1+S_2=S_{کل} \rightarrow S_1=S_{کل}-S_2=\frac{16}{25}S_{کل}=\frac{64}{100}S_{کل}$$

بنابراین در دو ثانیه اول، ۶۴ درصد از کل مسافت طی شده است.

گروه آموزشی ماز

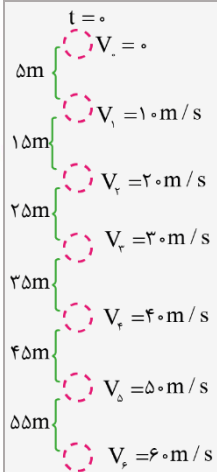
۶۲- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاعی نسبت به سطح زمین رها شده و در سه ثانیهٔ پایانی حرکت خود ۱۹۵ متر طی می‌کند. تندی متوسط گلوله در دو ثانیه پایانی حرکت، چند برابر تندی متوسط آن در دو ثانیه آغازین حرکت است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲ (۱۲۰۱ - متوسط - محاسباتی)

سقوط آزاد

جابه‌جایی جسمی که در راستای قائم و شرایط خلأ رها شود، به شرطی که $g=10\frac{m}{s^2}$ باشد، بصورت مقابل است:



مطابق با شکل، سرعت در هر ثانیه به اندازه $g=10\frac{m}{s^2}$ افزایش می‌یابد و جابه‌جایی نیز در هر ثانیه ۱۰ متر افزایش می‌یابد.

مثال:

گلوله‌ای از ارتفاع ۴۵ متری زمین رها می‌شود، مدت حرکت گلوله چند ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

پاسخ: در شکل مقابل جمع جابه‌جایی‌ها در ۳ ثانیه اول برابر $5+15+25=45m$ می‌شود. پس متحرک ۳s در راه بوده است.

تست زیر رو که برای کنکور سال ۱۴۰۱ هست به روش تستی گفته شده حل می‌کنیم:

سراسری ریاضی ۱۴۰۱

گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و با شتاب ثابت $g=10\frac{m}{s^2}$ سقوط می‌کند. اگر تندی متوسط آن در $\frac{3}{4}$ پایانی مسیر $15\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط آن در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

چون در این حرکت جسم نمی‌تواند تغییر جهت بدهد، پس جابه‌جایی و مسافت طی شده در بازهٔ زمانی معین، برابر خواهند بود.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

گام ۱: در حرکت رها شدن، تندی متوسط و سرعت متوسط برابر هستند، پس سرعت متوسط در $\frac{۳}{۴}$ آخر مسیر نیز $۱۵\frac{m}{s}$ است.

گام ۲: اگر حرکت متحرک ۲ ثانیه طول کشیده باشد، جابه‌جایی‌های آن بصورت مقابل خواهد بود:

$\Delta y_۱=۵m$: $V_۰=۰$

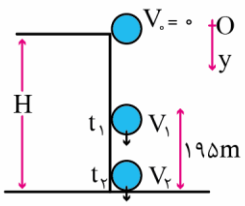
$\Delta y_۲=۱۵m$: $t=۱s$ ، $t=۲s$

در این شکل مشاهده می‌کنید که جابه‌جایی در ثانیه دوم $(۱۵m)$، $\frac{۳}{۴}$ جابه‌جایی کل $(۲۰m)$ است و سرعت متوسط در این بازه نیز $\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{۱۵}{۱}=۱۵\frac{m}{s}$ است. پس همه اطلاعات سؤال منطبق بر حرکت گلوله به مدت $۲s$ است، حال کافی است، تندی متوسط در کل حرکت را حساب کنیم:

$$s_{av}=v_{av}=\frac{\Delta y_{کل}}{\Delta t_{کل}}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به شکل مقابل می‌توان در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ چنین نوشت:



$$\Delta v=g\Delta t\rightarrow v_۲-v_۱=۱۰\times ۳=۳۰\rightarrow v_۲=v_۱+۳۰$$

$$\Delta y=(\frac{v_۱+v_۲}{۲})\Delta t\rightarrow ۱۹۵=(\frac{v_۱+۳۰+v_۱}{۲})\times ۳\rightarrow v_۱=۵۰\frac{m}{s}$$

$$\rightarrow v_۲=v_۱+۳۰=۸۰\frac{m}{s}$$

$$v=gt+v_۰\rightarrow ۸۰=۱۰t_۲\rightarrow t_۲=۸s$$

طبق رابطهٔ $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$ و با توجه به یکسان بودن مدت زمان دو بازهٔ مدنظر سؤال، برای یافتن نسبت تندی‌های متوسط، کافی است نسبت مسافت‌های پیموده شده در دو ثانیه ابتدایی و انتهایی حرکت را بدست آوریم.

$$v=gt+v_۰=۱۰t$$

$$\rightarrow\begin{cases}t_۱=۰\rightarrow v_۱=۰\\ t_۲=۲s\rightarrow v_۲=۲۰\frac{m}{s}\end{cases}\rightarrow \ell_{[۰,۲]}=\Delta x_{[۰,۲]}=(\frac{v_۱+v_۲}{۲})\Delta t=۲۰m$$

$$\rightarrow\begin{cases}t_۱=۶s\rightarrow v_۱=۶۰\frac{m}{s}\\ t_۲=۸s\rightarrow v_۲=۸۰\frac{m}{s}\end{cases}\rightarrow \ell_{[۶,۸]}=\Delta x_{[۶,۸]}=(\frac{v_۱+v_۲}{۲})\Delta t=۱۴۰m$$

$$\rightarrow\frac{s_{av[۶,۸]}}{s_{av[۰,۲]}}=\frac{\ell_{[۶,۸]}}{\ell_{[۰,۲]}}=۷$$

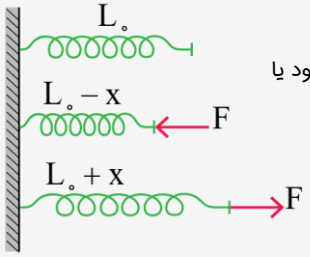
گروه آموزشی ماز

۶۳- فنری به جرم ناچیز را از سقف آویزان می‌کنیم. جسمی به جرم ۲۰۰ گرم را به آن متصل کرده و از حالتی که فنر طول عادی خود را دارد، جسم را رها می‌کنیم. اگر در این آزمایش، بیشترین طول فنر به $۳۲cm$ برسد، در لحظه‌ای که طول فنر $۳۰cm$ می‌شود، بردار شتاب جسم در SI کدام است؟ (ثابت فنر را $۵۰\frac{N}{m}$ در نظر بگیرید و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) $\vec{a}=(+۱\frac{m}{s^۲})\vec{j}$ ۲) $\vec{a}=(-۱\frac{m}{s^۲})\vec{j}$ ۳) $\vec{a}=(+۵\frac{m}{s^۲})\vec{j}$ ۴) $\vec{a}=(-۵\frac{m}{s^۲})\vec{j}$

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۲ - متوسط - مسأله)

اثر نیروروی فنر



اگر مطابق شکل‌های روبه‌رو یک سر فنری که سر دیگر آن به یک نقطهٔ ثابت بسته شده است با نیرویی به اندازهٔ F فشرده شود یا کشیده شود، اندازهٔ تغییر طول ایجاد شده برای فنر (x) با نیروی وارد بر آن متناسب است.

ثابت $=\frac{F}{x}\rightarrow x\propto F$ (تغییر طول فنر با نیروی وارد بر آن متناسب است)

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الان وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

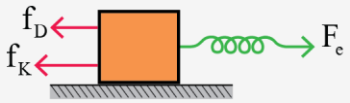
برای هر فنر نسبت نیروی وارد بر آن به تغییر طول آن مقدار ثابتی است که ثابت آن فنر نامیده می‌شود و آن را با k نمایش می‌دهند، یکای ثابت فنر در SI، نیوتون بر متر $(\frac{N}{m})$ است.

$$\frac{F}{x} = k \rightarrow F = kx$$

ثابت فنر به ویژگی‌های فیزیکی خود فنر بستگی دارد نه به نیرو یا تغییر طول فنر.
برای تبدیل این رابطه به رابطهٔ برداری (قانون هوک) علامت منفی را لحاظ می‌کنیم.

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

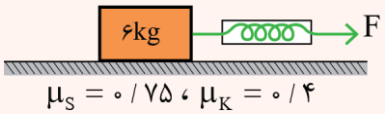
برای جسمی که روی سطح افقی حرکت می‌کند و نیروی مقاومت هوا به آن اثر می‌کند قانون دوم نیوتون به شکل زیر درمی‌آید.



$$F_{net\,x} = ma$$
$$F_e - f_k - f_D = ma$$

کنکور سراسری ریاضی – سال ۱۴۰۱

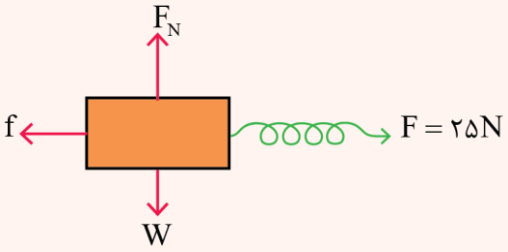
در شکل زیر، جسم روی سطح افقی ساکن است. اگر با نیروسنج، نیروی افقی $F = ۲۵\,N$ بر آن وارد کنیم، نیرویی که جسم به سطح افقی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۶۵
۲) ۷۵
۳) $۱۵\sqrt{۱۳}$
۴) $۱۲\sqrt{۲۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا وضعیت حرکت جسم و نوع اصطکاک وارد بر جسم باید مشخص شود. در این حالت نیروی اصطکاک بیشینه را به‌دست می‌آوریم و با نیروی مؤثر در راستای حرکت (F) مقایسه می‌کنیم. با رسم نیروهای وارد بر جسم خواهیم داشت:



به کمک قانون دوم نیوتن در راستای عمودی، نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر است با:

$$F_{net\,y} = ۰ \rightarrow F_N = W = mg = ۶ \times ۱۰ = ۶۰\,N$$

حال نیروی اصطکاک بیشینه جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۷۵ \times ۶۰ = ۴۵\,N$$

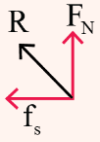
در این قسمت باید بررسی کنیم با اعمال نیروی $F = ۲۵\,N$ آیا جسم حرکت می‌کند یا خیر:

$$F = ۲۵\,N < f_{s,max} = ۴۵\,N$$

در نتیجه جسم ساکن است و نیروی اصطکاک وارد بر جسم ایستایی طبق قانون دوم نیوتن برابر است با:

$$F_{net\,x} = ۰ \rightarrow f_s = F = ۲۵\,N$$

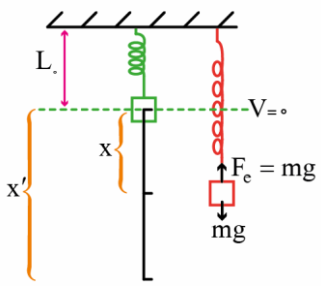
نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برایند نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک وارد بر جسم می‌باشد، در نتیجه:



$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲} \rightarrow$$
$$R = \sqrt{\underset{۵\times۱۲}{۶۰^۲} + \underset{۵\times۵}{۲۵^۲}} = ۵ \times ۱۳ = ۶۵\,N$$

پاسخ تشریحی:

اگر بتوانیم در لحظه‌ای که بزرگی نیروی فنر با بزرگی نیروی وزن برابر است، تغییر طول فنر را بدست آوریم، دو برابر این مقدار تغییر طول در فنر باید ایجاد شود تا فنر به بیشترین طول خود برسد.



$$F_e = mg \rightarrow kx = mg$$
$$۵۰x = ۰/۲ \times ۱۰ \rightarrow x = ۰/۴m = ۴cm \rightarrow x' = ۸cm$$
$$x' = L_{max} - L_. \rightarrow ۸ = ۳۲ - L_. \rightarrow L_. = ۲۴cm$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

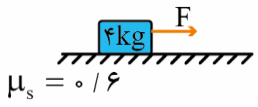
همچنین در لحظه‌ای که فنر $۴cm$ تغییر طول داده و $F_e = mg$ است طول فنر معادل $۲۸cm$ خواهد بود. تا قبل از این لحظه $F_e < mg$ و بعد از این لحظه $F_e > mg$ می‌باشد. بنابراین در لحظه‌ای که طول فنر $۳۰cm$ است، $F_e > mg$ بوده و جهت نیروی خالص و شتاب جسم رو به بالا می‌باشد. در این لحظه می‌توان نوشت:

$$F_e = kx = ۵۰(۳۰-۲۴)\times ۱۰^{-۲} = ۳N$$

$$F_{net} = F_e - mg = ۳-۲ = ۱N \ , \ F_{net} = ma \rightarrow ۱ = ۰/۲a \rightarrow a = ۵\frac{m}{s^۲} \rightarrow \vec{a} = (+۵\frac{m}{s^۲})\vec{j}$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- جسمی به جرم $۴kg$ مطابق شکل روی یک سطح افقی به حال سکون قرار دارد. چنانچه نیروی $\vec{F}$ را مطابق شکل به جسم اعمال کرده و آن را از صفر به تدریج افزایش دهیم، حداقل شتاب جسم در لحظهٔ شروع به حرکت آن، معادل $۴\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد. اکنون اگر نیروی $\vec{F}'$ را در راستای قائم و رو به پائین به جسم اعمال کنیم، سرعت جسم ثابت خواهد شد. بزرگی نیروی $\vec{F}'$ چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۶۰
۲) ۴۰
۳) ۱۲۰
۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ٤ (۱۲۰۲ - متوسط - محاسباتی)

نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک برای جلوگیری از لغزش دو سطح در تماس، در راستای مماس بر سطح تماس و به سمتی که از لغزش دو سطح روی یکدیگر جلوگیری کند ایجاد می‌شود. نیروی اصطکاک به دو شکل زیر ایجاد می‌شود:

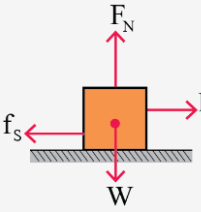
الف) دو سطح در تماس روی هم نمی‌لغزند و نسبت به هم ساکن هستند و بین دو سطح نیروی اصطکاک وجود دارد. در حالی که اگر نیروی اصطکاک وجود نداشت، دو سطح روی هم می‌لغزیدند. به نیروی اصطکاک در این شرایط نیروی اصطکاک ایستایی می‌گوییم. نیروی اصطکاک ایستایی را با f_s نشان می‌دهیم.

ب) دو سطح در تماس روی هم می‌لغزند و بین دو سطح نیروی اصطکاک وجود دارد. به نیروی اصطکاک در این شرایط نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی) می‌گوییم. نیروی اصطکاک جنبشی را با f_k نشان می‌دهیم.

نیروی اصطکاک ایستایی

نیروی اصطکاک ایستایی با کمک قانون دوم نیوتون و با فرض ساکن بودن دو سطح روی هم به‌دست می‌آید.

جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل مقابل روی یک سطح افقی قرار دارد و به آن نیروی F در راستای افقی وارد می‌شود و ساکن است.



به دلیل تعادل جسم و طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ۰ \rightarrow f_s = F$$

یعنی نیروی اصطکاک ایستایی به اندازهٔ نیروی محرک وارد بر جسم در راستای سطح است. اگر نیروی F تغییر کند و جسم باز هم ساکن باشد به معنی این است که نیروی اصطکاک ایستایی نیز تغییر کرده است و باز هم به اندازهٔ نیروی محرک وارد بر جسم در راستای سطح ایجاد شده است.

می‌توان نتیجه گرفت نیروی اصطکاک ایستایی به اندازهٔ لازم و کافی برای جلوگیری از لغزش دو سطح روی هم ایجاد می‌شود.

بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی (نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت):

بدیهی است که اگر نیروی F به اندازهٔ کافی بزرگ باشد جسم روی سطح می‌لغزد. یعنی نیروی اصطکاک ایستایی به هر اندازه‌ای نمی‌تواند ایجاد شود. بیشترین نیروی اصطکاک ایستایی بین دو سطح در تماس را $f_{s,max}$ می‌نامیم و به آن نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت گفته می‌شود.

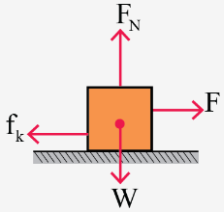
آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهد که بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بین دو سطح در تماس متناسب با نیروی عمود بر سطح بین دو سطح در تماس است.

$$f_{s,max} \propto F_N \rightarrow \frac{f_{s,max}}{F_N} = \text{ثابت} = \mu_s \rightarrow f_{s,max} = \mu_s F_N$$

در رابطهٔ $f_{s,max} = \mu_s F_N$، μ_s ضریب ثابتی است که به جنس دو سطح در تماس بستگی دارد و به‌طور تجربی محاسبه می‌شود، به μ_s ضریب اصطکاک ایستایی می‌گویند و بدون واحد است.

نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی):

جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر روی یک سطح افقی قرار دارد و به آن نیروی F در راستای افقی وارد می‌شود و جسم روی سطح در حال حرکت است.



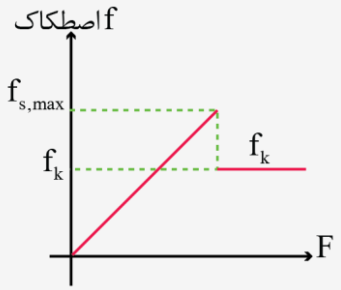
آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهد که نیروی اصطکاک جنبشی بین دو سطح در تماس اندازهٔ ثابتی دارد که متناسب با نیروی عمود بر سطح بین دو سطح در تماس است.

$$f_k \propto F_N \rightarrow \frac{f_k}{F_N} = \text{ثابت} = \mu_k \rightarrow f_k = \mu_k F_N$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

در رابطهٔ $f_k = \mu_k F_N$ ، μ_k ضریب ثابتی است که به جنس دو سطح در تماس بستگی دارد و به‌طور تجربی محاسبه می‌شود، به μ_k ضریب اصطکاک جنبشی (لغزشی) می‌گویند.

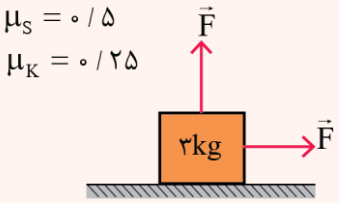
اگر نمودار نیروی اصطکاک را برحسب نیروی F (نیروی وارده برای به حرکت درآوردن جسم) رسم کنیم، خواهیم داشت:



f_s با تغییر F از صفر تا $f_{s,max}$ افزایش می‌یابد و پس از حرکت نیروی اصطکاک برابر مقدار ثابت f_k می‌شود.

کنکور تجربی داخل کشور- سال ۱۴۰۱

در شکل زیر، جسمی روی سطح افقی در آستانهٔ حرکت قرار دارد و دو نیروی افقی و عمودی هم‌اندازهٔ F به آن وارد می‌شود. اگر اندازه نیروهای F هر کدام ۴ نیوتون کاهش یابند، نیروی اصطکاک چند نیوتون می‌شود؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

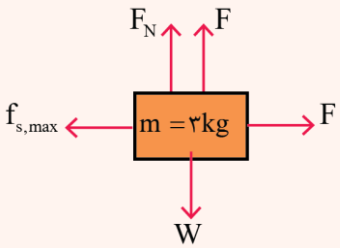


۱) ۴
۲) ۶
۳) ۶/۵
۴) ۱۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

در این سؤال ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم، نیروهای وارد بر جسمی که در آستانهٔ حرکت قرار دارد، طبق قانون اول نیوتن متوازن می‌باشند.

اگر جسمی در آستانه حرکت قرار بگیرد، نیروی اصطکاک وارد بر آن، بیشینه نیروی اصطکاک $(f_{s,max})$ می‌باشد.



در ابتدا بزرگی نیروی F را در حالت اول محاسبه می‌کنیم، طبق قانون دوم نیوتن در هر راستا خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_{net\,x} = ۰ \rightarrow F - f_{s,max} = ۰ \\ F_{net\,y} = ۰ \rightarrow F_N + F - W = ۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F = f_{s,max} \\ F_N = W - F \end{cases}$$

$$\xrightarrow[W=mg]{f_{s,max}=\mu_s F_N \,,\, \mu_s = ۰/۵} \begin{cases} F = ۰/۵ F_N \\ F_N = ۳۰ - F \end{cases} \rightarrow F = ۰/۵(۳۰ - F) \rightarrow ۲F = ۳۰ - F \rightarrow ۳F = ۳۰ \rightarrow F = ۱۰\,N$$

در حالت دوم اندازهٔ نیروی F به اندازهٔ ۴ نیوتن کاهش می‌یابد و نیروی باقی‌مانده در این حالت ۶N خواهد بود، در این موقعیت لازم است وضعیت حرکت جسم را بررسی کنیم:

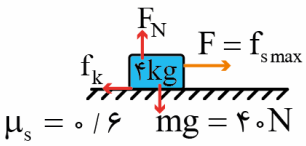
$$\begin{cases} f'_{s,max} = \mu_s F'_N \\ F'_N = ۳۰ - F' \end{cases} \xrightarrow{F'=۶N} \begin{cases} f'_{s,max} = ۰/۵ \times ۲۴ = ۱۲\,N \\ F'_N = ۲۴\,N \end{cases}$$

در این وضعیت به علت $F' < f'_{s,max}$ ، جسم همچنان ساکن است در نتیجه اصطکاک از نوع ایستایی و برابر با نیروی خارجی وارد بر جسم در راستای حرکت است:

$$F_{net\,x} = ۰ \rightarrow F' - f_s = ۰ \rightarrow f_s = F' = ۶N$$

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم با افزایش نیروی F در رسیدن آن به $f_{s\,max}$ ، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. در این شرایط با اعمال یک ضربه (تلنگر) کوچک به جسم، بدون تغییر در اندازهٔ F، نیروی اصطکاک معادل f_k شده و در این شرایط جسم با حداقل شتاب اولیهٔ ممکن شروع به حرکت خواهد کرد. بنابراین می‌توان نوشت:



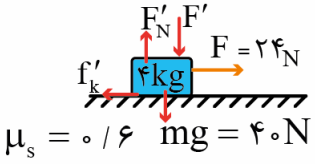
$$F_{net(y)} = ۰ \rightarrow F_N = mg = ۴۰N$$

$$F = f_{s\,max} = \mu_s F_N = ۰/۶ \times ۴۰ = ۲۴N$$

$$F_{net(x)} = ma \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow ۲۴ - \mu_k \underset{\downarrow}{F_N} = ۴ \times ۴ \rightarrow \mu_k = ۰/۲$$
$$۴۰$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الان وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

در حالت ثانویه با توجه به ثابت شدن تندی جسم می‌توان نوشت:



$$a=0 \rightarrow F_{net(x)}=0 \rightarrow f'_k=F=24N$$

$$f'_k=\mu_k F'_N \rightarrow 24=0/2F'_N \rightarrow F'_N=120N$$

$$F'_N=F'+mg \rightarrow F'=80N$$

(F'N: ↓ ۱۲۰، mg: ↓ ۴۰)

گروه آموزشی ماز

۶۵- دو جسم **A** و **B** را روی سطح افقی مماس بر سطح پرتاب می‌کنیم. جسم **A** پس از ۲۰ متر و جسم **B** پس از ۵ متر جابه‌جایی در نهایت متوقف می‌شوند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی جسم **A** با زمین دو برابر ضریب اصطکاک جنبشی جسم **B** با زمین باشد و تغییر تکانهٔ دو جسم از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ توقف را با Δp نمایش دهیم، نسبت $\frac{\Delta p_A}{\Delta p_B}$ کدام است؟ (جرم جسم **A** نصف جرم جسم **B** است.)

۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۴ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱ (۱۲۰۲ - متوسط - محاسباتی)

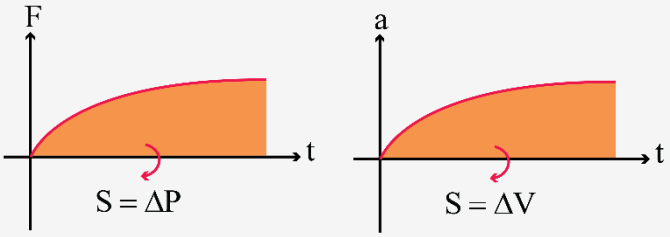
تکانه و نیروی متوسط

تکانه (مومنتوم): یک کمیت برداری است و برابر با حاصل‌ضرب جرم در سرعت است، تکانه قدرت جسم برای ضربه زدن را بیان می‌کند. $\vec{p}=m\vec{v}$

هر چقدر تکانه یک جسم بیشتر باشد متوقف کردن آن جسم سخت‌تر است.

مقایسهٔ رابطه تکانه و قانون دوم نیوتن: از مقایسه دو رابطه می‌توان نتیجه گرفت که هر رابطه‌ای که در فصل حرکت بین سرعت و شتاب برقرار باشد همان رابطه بین تکانه و نیرو در فصل دینامیک نیز برقرار است.

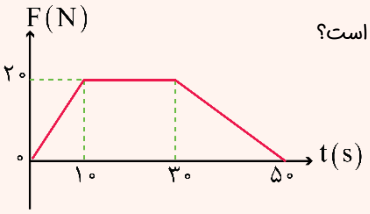
حرکت	دینامیک
$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$	$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$



تغییرات اندازهٔ حرکت برابر با سطح زیر نمودار نیرو - زمان است.

$$\vec{F}.\Delta t=\Delta\vec{p}=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1$$

کنکور ریاضی داخل کشور - سال ۱۴۰۱



نمودار نیرو - زمان متحرّکی به‌صورت زیر است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۵۰ ثانیه داده شده، چند نیوتون است؟

۱) ۱۴
۲) ۱۷/۵
۳) ۱۰
۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینه ۱

برای محاسبه نیروی متوسط ابتدا باید تغییرات تکانه را در مدت ۵۰ ثانیه محاسبه کنیم. طبق درسنامه ارائه شده مساحت زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییرات تکانه می‌باشد. مساحت زیر نمودار به کمک رابطه مساحت ذوزنقه محاسبه می‌شود. به این صورت که دو قاعده به طول‌های ۲۰ و ۵۰ و ارتفاعی به طول ۲۰ دارد. بنابراین:

$$\Delta p=\frac{\text{ارتفاع}\times(\text{مجموع دو قاعده})}{2}=\frac{(20+50)20}{2}=700N$$

در آخر این عدد را بر زمان تقسیم می‌کنیم تا طبق رابطه زیر، نیروی متوسط محاسبه شود:

$$F_{net}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{700}{50}=14(N)$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

پاسخ تشریحی:

با توجه به رابطهٔ $a=-\mu_k g$ می‌توان نوشت:

$$\frac{a_A}{a_B}=\frac{\mu_{k(A)}}{\mu_{k(B)}}=۲$$

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x \rightarrow \Delta x=\frac{-v_۰^۲}{۲a} \rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}=(\frac{v_{۰A}}{v_{۰B}})^۲\times\frac{a_B}{a_A}$$

$$\rightarrow \frac{۲۰}{۵}=(\frac{v_{۰A}}{v_{۰B}})^۲\times\frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{v_{۰A}}{v_{۰B}}=۲\sqrt{۲}$$

در نهایت طبق رابطهٔ $\Delta p=m\Delta v$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta p_A}{\Delta p_B}=\frac{m_A\Delta v_A}{m_B\Delta v_B}=\frac{\frac{۱}{۲}m_B\times(۰-v_{۰A})}{m_B\times(۰-v_{۰B})}=\frac{۱}{۲}\times\frac{v_{۰A}}{v_{۰B}}=\sqrt{۲}$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- دو ماهواره A و B به ترتیب در فاصله‌های R_e و $۳R_e$ از سطح زمین به طور یکنواخت در حال گردش هستند. چنانچه بزرگی نیروی گرانشی وارد بر دو ماهواره مساوی باشد، انرژی جنبشی ماهوارهٔ B چند برابر انرژی جنبشی ماهوارهٔ A است؟ (R_e شعاع کرهٔ زمین است)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۲ - ساده - مسأله)

شتاب گرانش

نیروی وزن: «نیروی وزن نیروی گرانشی‌ای است که مرکز زمین به اجسام وارد می‌کند.»

محاسبهٔ نیروی وزن با کمک قانون گرانشی نیوتن: جرم زمین را M_e و شعاع زمین را R_e در نظر می‌گیریم. می‌توان نشان داد برای محاسبهٔ نیروی گرانشی‌ای که زمین به اجسام مجاور خود وارد می‌کند باید جرم زمین را به‌صورت متمرکز در مرکز آن فرض کنیم. اگر جرم m در سطح زمین قرار داشته باشد:

$$\begin{cases}F=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}\\ m_۱=M_e\ ,\ m_۲=m\ ,\ r=R_e\end{cases} \rightarrow F=G\frac{M_em}{R_e^۲}=m(G\frac{M_e}{R_e^۲})$$

نیروی وزن اجسام با W نشان داده می‌شود و برای وزن اجسام در سطح زمین داریم $W=mg$.

$$W=m(G\frac{M_e}{R_e^۲})=mg \rightarrow g=G\frac{M_e}{R_e^۲}$$

جرم زمین تقریباً برابر $M_e=۶\times۱۰^{۲۴}kg$ ، شعاع زمین تقریباً برابر $R_e=۶/۴\times۱۰^۶m$ و ثابت جهانی گرانش برابر $G=۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\frac{N.m^۲}{kg^۲}$ است.

$$g=G\frac{M_e}{R_e^۲}=۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\left(\frac{۶\times۱۰^{۲۴}}{(۶/۴\times۱۰^۶)^۲}\right)\approx۹/۸\frac{m}{s^۲}$$

وزن اجسام در سطح زمین از رابطهٔ $W=mg$ به‌دست می‌آید که در آن مقدار g برابر $g=۹/۸\frac{m}{s^۲}$ است که برای سهولت در محاسبه برابر $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ فرض می‌شود.

واکنش نیروی وزن هر جسم نیرویی است که توسط جسم به مرکز زمین وارد می‌شود. اثر این نیرو روی زمین به دلیل جرم عظیم زمین عملاً ناچیز است.

محاسبهٔ شدت جاذبهٔ گرانشی یا شتاب گرانشی در اطراف و سطح یک سیاره:

جرم سیاره را M و شعاع آن را R در نظر می‌گیریم. می‌توان نشان داد برای محاسبهٔ نیروی گرانشی‌ای که سیاره به اجسام مجاور خود وارد می‌کند باید جرم آن را به صورت متمرکز در مرکز آن فرض کنیم. اگر جرم m در فاصلهٔ r از مرکز سیاره قرار داشته باشد $(r\geq R)$:

$$\begin{cases}F=G\frac{m_۱m_۲}{r^۲}\\ m_۱=M\ ,\ m_۲=m\end{cases} \rightarrow F=G\frac{Mm}{r^۲}=m(G\frac{M}{r^۲}) \rightarrow \frac{F}{m}=G\frac{M}{r^۲}$$

$\rightarrow (r\geq R)$ شدت جاذبهٔ گرانشی یا شتاب گرانشی در فاصلهٔ r از مرکز سیاره $g=G\frac{M}{r^۲}$

$r=R \rightarrow$ شدت جاذبهٔ گرانشی یا شتاب گرانشی در سطح سیاره $g=G\frac{M}{R^۲}$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

برای درک بهتر به سؤال کنکور تجربی سال ۱۴۰۱ دقت کنید.

در کدام فاصله از سطح زمین، شتاب گرانش در مقایسه با سطح زمین، ۹۹ درصد کاهش می‌یابد؟ (R_e شعاع زمین است)

۱) $100R_e$ ۲) $99R_e$ ۳) $10R_e$ ۴) $9R_e$

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه شتاب گرانش می‌توان بین سطح سیاره و ارتفاع h از سطح زمین رابطه زیر را به‌دست آورد:

$$\frac{g'}{g}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \xrightarrow{g'=\frac{1}{100}g} \frac{1}{100}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \rightarrow h=9R_e$$

پاسخ تشریحی:

با ترکیب رابطه انرژی جنبشی و نیروی مرکزگرا می‌توان نوشت:

$$F_C=\frac{mv^2}{r} \rightarrow mv^2=F_C.r$$

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \rightarrow K=\frac{1}{2}F_C.r$$

براساس این رابطه و با توجه به مساوی بودن نیروی مرکزگرای وارد بر دو ماهواره (که در اینجا همان نیروی وزن ماهواره‌ها می‌باشد) می‌توان نوشت:

$$\frac{K_B}{K_A}=\frac{r_B}{r_A}=\frac{R_e+h_B}{R_e+h_A}=\frac{R_e+3R_e}{R_e+R_e}=2$$

گروه آموزشی ماز

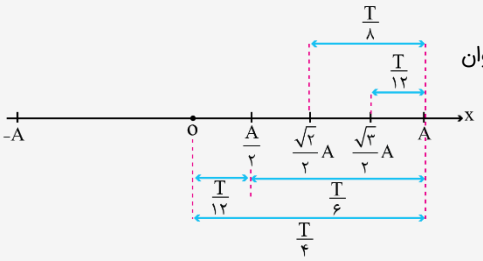
۶۷- نوسانگری روی یک خط راست حرکت هماهنگ ساده با دورهٔ تناوب T و دامنهٔ A انجام می‌دهد. بیشینهٔ تندی متوسط این نوسانگر در پیمودن مسافتی معین به اندازهٔ $A\sqrt{2}$، چند برابر تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از مبدأ نوسان است؟

۱) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{4\sqrt{2}}{\pi}$ ۳) $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$ ۴) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

پاسخ: گزینه ٤ (۱۲۰۳ - ساده - محاسباتی)

حرکت هماهنگ ساده

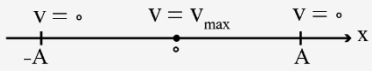
- با توجه به معادلهٔ مکان - زمان در یک حرکت هماهنگ ساده که به صورت $x=A\cos\omega t$ است می‌توان بازه‌های زمانی خاص که در آن نوسانگر مسافت مشخصی را می‌پیماید، بدست آورد:



برای راحتی محاسبه لازم است تا نمودار فوق را به خوبی به خاطر بسپارید.

- در یک حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر به‌هنگام عبور از نقطهٔ تعادل، بیشینه و در نقاط بازگشت صفر است:

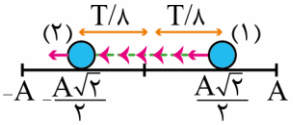
$$v_{max}=A\omega$$



- هرچه نوسانگر به نقطهٔ تعادل نزدیک‌تر شود، تندی آن بیشتر و هرچه نوسانگر به نقاط بازگشت نزدیک‌تر شود، تندی آن کمتر می‌شود.

پاسخ تشریحی:

برای آن‌که تندی متوسط نوسانگر در یک مسافت معین به اندازهٔ $A\sqrt{2}$ به بیشینهٔ خود برسد، باید این بازه به گونه‌ای انتخاب شود که مبدأ نوسان (جایی که تندی در آن بیشینه است) درست در وسط این بازه باشد. بنابراین شکلی مانند زیر خواهیم داشت:



با توجه به شکل:

$$\Delta t=\frac{T}{8}+\frac{T}{8}=\frac{T}{4}$$

$$s_{av_{max}}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{A\sqrt{2}}{\frac{T}{4}}=4\sqrt{2}\frac{A}{T}$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

از طرفی تندی نوسانگر در مبدأ نوسان معادل است با:

$$v_{max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T}$$

$$\rightarrow \frac{s_{av_{max}}}{v_{max}} = \frac{4\sqrt{2}\frac{A}{T}}{2\pi\frac{A}{T}} = \frac{4\sqrt{2}}{2\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

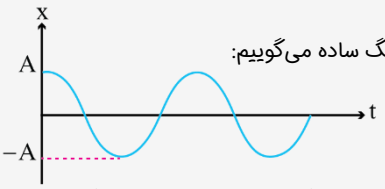
گروه آموزشی ماز

۶۸- معادلهٔ مکان - زمان یک حرکت هماهنگ ساده در SI به صورت $x = 0/5\cos(10\pi t)$ است. در کدام‌یک از لحظات زیر، انرژی پتانسیل نوسانگر در حال افزایش و بردار نیروی وارد بر نوسانگر در خلاف جهت محور x می‌باشد؟

۱) $t = 30ms$ ۲) $t = 80ms$ ۳) $t = 120ms$ ۴) $t = 170ms$

پاسخ: گزینه ٤ (۱۲۰۳ - متوسط - مفهومی و محاسباتی)

حرکت هماهنگ ساده



حرکت هماهنگ ساده: اگر نمودار مکان - زمان یک حرکت نوسانی به شکل کسینوسی ساده باشد به آن حرکت هماهنگ ساده می‌گوییم:

$$x = A\cos\omega t$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

نقطهٔ تعادل در وسط پاره‌خطی که جسم بر روی آن نوسان می‌کند قرار دارد (نقطهٔ O) و نقاط بازگشت در دو انتهای پاره‌خطی که در آن‌ها سرعت نوسان‌کننده صفر می‌شود $(x = \pm A)$ قرار دارد.

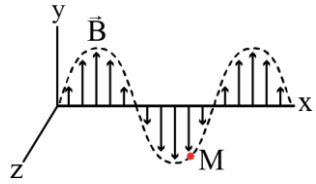
انرژی پتانسیل نوسانگر در مبدأ نوسان صفر و در دامنه‌ها بیشینه است. بنابراین زمانی که نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ نوسان است، انرژی پتانسیل آن در حال افزایش می‌باشد. همچنین در حرکت هماهنگ ساده، بردار نیرو و شتاب همواره در خلاف جهت بردار مکان است. پس زمانی بردار نیرو در خلاف جهت محور x است که بردار مکان در جهت محور x باشد. یعنی $x > 0$ باشد. با توجه به این دو مورد، بازهٔ $\frac{3T}{4} < t < T$ این دو شرط را با هم دارا می‌باشد.

$$x = 0/5\cos(10\pi t) \rightarrow \omega = 10\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 0/2s \rightarrow \begin{cases} \frac{3T}{4} = 0/15s = 150ms \\ T = 0/2s = 200ms \end{cases}$$

پس لحظه‌های مربوط به بازهٔ $150ms < t < 200ms$ می‌توانند پاسخ تست باشند که در بین گزینه‌ها، فقط گزینهٔ ۴ در این بازه قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۹- شکل مقابل، نقش میدان مغناطیسی از یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می‌شود را در یک لحظهٔ معین نشان می‌دهد. اگر در این لحظه، جهت میدان الکتریکی در نقطهٔ M در جهت z- باشد، بردار سرعت انتشار این موج در SI کدام بوده و بزرگی میدان مغناطیسی در نقطهٔ M در این لحظه به چه صورت در حال تغییر بوده است؟



۱) $\left(-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon.\mu.}}\right)\vec{i}$، در حال کاهش ۲) $\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon.\mu.}}\right)\vec{i}$، در حال افزایش

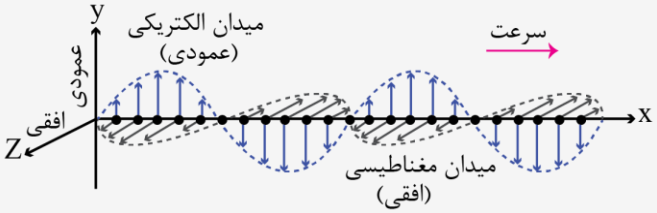
۳) $\left(-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon.\mu.}}\right)\vec{i}$، در حال افزایش ۴) $\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon.\mu.}}\right)\vec{i}$، در حال کاهش

پاسخ: گزینه ۱ (۱۲۰۳ - متوسط - مفهومی)

امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی امواجی هستند که از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی متغیر و تأثیر متقابل این میدان‌ها بر روی یکدیگر به وجود می‌آیند. در واقع زمانی که یک میدان متغیر الکتریکی در قسمتی از فضا وجود داشته باشد، سبب تولید یک میدان مغناطیسی متغیر شده و به‌طور برعکس، میدان مغناطیسی متغیر نیز سبب تولید میدان الکتریکی متغیر خواهد شد. این میدان‌های متغیر با تندی معینی در فضا حرکت کرده و انتشار موج‌های الکترومغناطیسی را رقم می‌زنند. بارهای الکتریکی متحرک می‌توانند میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی متغیر تولید کرده و جمله تولیدکنندگان امواج الکترومغناطیسی باشند.

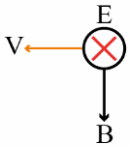
در شکل زیر، تصویری لحظه‌ای از انتشار یک موج الکترومغناطیسی را مشاهده می‌کنیم. براساس این شکل می‌توان نتایج زیر را بیان کرد:



برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۱) راستای نوسان‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر یکدیگر عمود است.
۲) راستای نوسان هر دو میدان بر راستای انتشار موج عمود است. پس امواج الکترومغناطیسی همگی از جمله امواج عرضی هستند.
۳) بسامد نوسان‌های هر دو میدان با یکدیگر مساوی است و دو میدان هم‌گام با یکدیگر تغییر می‌کنند.

با توجه به جهت گفته شده برای میدان الکتریکی و با توجه به اینکه طبق شکل، جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ M در جهت y- می‌باشد،



به کمک قانون دست راست، جهت انتشار موج در جهت x- بوده و بنابراین بردار تندی انتشار موج به صورت $-\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\right)\vec{i}$ است.

براساس جهت بدست آمده برای انتشار موج می‌توان گفت نقطهٔ پشت سر نقطهٔ M، نقطهٔ $y=0$ بوده و بنابراین بزرگی میدان مغناطیسی در نقطهٔ M در این لحظه در حال کاهش است.

گروه آموزشی ماز

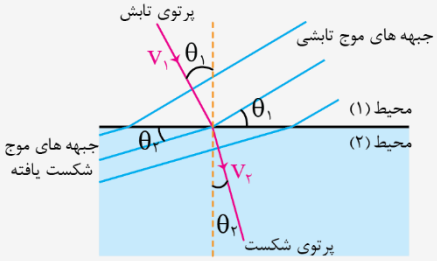
۷۰- پرتو نوری تحت زاویه تابش ۵۰° از محیط شفاف (۱) به مرز جدایی محیط‌های (۱) و (۲) تابیده و وارد محیط دوم می‌شود. اگر ضریب شکست محیط (۲)، ۲۵ درصد بیشتر از ضریب شکست محیط (۱) باشد، نور پس از ورود به محیط (۲) چند درجه از امتداد اولیهٔ خود منحرف خواهد شد؟
($\sin 50^\circ = 0/75$ و $\sin 53^\circ = 0/8$)

۱) ۳ ۲) ۱۳ ۳) ۵ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۲ (۱۲۰۳ - ساده - محاسباتی)

شکست

اگر یک موج از محیطی به محیط دیگر برود به دلیل تغییر تندی در محیط جدید، موج از مسیر خط راست شکسته می‌شود. این پدیده را شکست موج می‌نامیم.
اگر پرتوهای یک موج تخت تحت زاویه تابش θ_1 از محیط (۱) به محیط (۲) رفته و در محیط (۲) زاویهٔ شکست برابر θ_2 باشد، می‌توان نوشت:



$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

✓ بر اساس این رابطه هر چه تندی موج در یک محیط بیشتر باشد، زاویه پرتوی نور با خط عمود در آن محیط بیشتر است.
ضریب شکست محیط: اگر یک موج الکترومغناطیسی از هوا (خلأ) وارد یک محیط شفاف گردد، نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور در آن محیط شفاف را ضریب شکست محیط می‌نامیم و با n نمایش می‌دهیم و داریم:

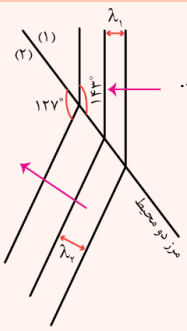
$$n=\frac{c}{v}\rightarrow v=\frac{c}{n}\rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}$$

در نهایت با ترکیب دو رابطه می‌توان به رابطهٔ سومی به نام قانون شکست اسنل رسید که به صورت زیر است:

$$n_2\sin\theta_2=n_1\sin\theta_1$$

توجه داشته باشید که مقدار n برای هوا (خلأ) برابر ۱ و برای سایر مواد بزرگ‌تر از ۱ است.

مثال:



در شکل مقابل جبهه‌های یک موج الکترومغناطیسی از محیط (۱) به محیط (۲) تابیده و پس از ورود به محیط (۲) دچار شکست می‌شود. ضریب شکست محیط (۱) چند برابر محیط (۲) و فاصله دو جبهه موج متوالی در محیط (۱) چند برابر محیط (۲) می‌باشد؟
پاسخ: طبق شکل می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\theta_1=180-143=37\\ \theta_2=180-127=53\end{cases}$$

$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2\rightarrow n_1\times\sin 37=n_2\times\sin 53$$

$$\rightarrow n_1\times 0/6=n_2\times 0/8\rightarrow\frac{n_1}{n_2}=\frac{4}{3}$$

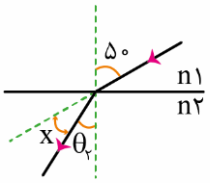
فاصله دو جبههٔ موج متوالی همان λ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow{f\text{ ثابت}}\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$

$$\rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{\sin 37}{\sin 53}=\frac{0/6}{0/8}\rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{3}{4}$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

پاسخ تشریحی:



$$n_۲=\frac{۱۲۵}{۱۰۰}n_۱=\frac{۵}{۴}n_۱$$

طبق رابطه شکست اسنل می‌توان نوشت:

$$n_۱\sin\theta_۱=n_۲\sin\theta_۲\rightarrow n_۱\times\sin ۵۰^\circ=\frac{۵}{۴}n_۱\times\sin\theta_۲$$

$$\frac{۳}{۴}=\frac{۵}{۴}\times\sin\theta_۲\rightarrow\sin\theta_۲=۰/۶\rightarrow\theta_۲=۳۷^\circ$$

$$\rightarrow \text{میزان انحراف پرتو}=x=۵۰^\circ-۳۷^\circ=۱۳^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- در یک تار مرتعش، نیروی کشش ۹۰ نیوتن و قطر مقطع تار $۲cm$ می‌باشد. اگر چگالی تار $۳\frac{g}{cm^۳}$ بوده و موج عرضی با بسامد $۲۰۰Hz$ در تار در حال انتشار باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند فاصلهٔ یک برآمدگی تا یک فرورفتگی در تار را برحسب سانتی‌متر بیان کند؟ $(\pi=۳)$

۱) ۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینه ٤ (۱۲۰۳ - متوسط - مسأله)

پاسخ تشریحی:

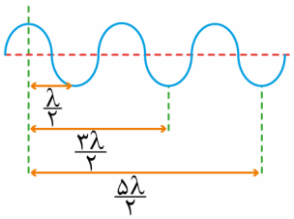
ابتدا تندی انتشار موج عرضی در تار و سپس طول‌موج را بدست می‌آوریم:

$$A=\pi r^۲\xrightarrow{r=\frac{d}{۲}=۱cm}A=۳\times(۱۰^{-۲})^۲=۳\times۱۰^{-۴}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\sqrt{\frac{۹\times۱۰^۱}{۳\times۱۰^۳\times۳\times۱۰^{-۴}}}=۱۰\frac{m}{s}$$

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۱۰}{۲۰۰}=\frac{۱}{۲۰}m=۵cm$$

با توجه به شکل مقابل، فاصلهٔ یک برآمدگی تا یک فرورفتگی در تار به فرم کلی زیر می‌باشد:



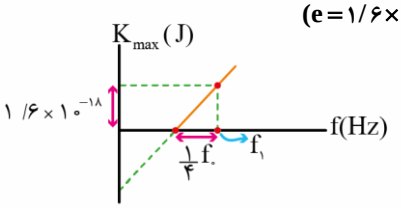
$$\Delta x=(۲n-۱)(\frac{\lambda}{۲})=(\text{مضارب فرد})(\frac{\lambda}{۲})$$

$$\xrightarrow{\frac{\lambda}{۲}=۲/۵cm}\Delta x=(\text{مضارب فرد})(۲/۵cm)$$

با توجه به گزینه‌ها، فقط گزینه ۴ به صورت مضرب فردی از $۲/۵cm$ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۷۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده برحسب بسامد نور، مانند شکل زیر است. چنانچه $f_۰$ بیانگر بسامد آستانهٔ فلز بوده و نوری با بسامد $f_۱$ بر فلز بتابانیم، تابع کار فلز چند الکترون‌ولت است؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$



۱) ۴۰
۲) ۲۵
۳) ۲۰
۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۱ (۱۲۰٤ - متوسط - مفهومی و محاسباتی)

تابع کار

بنابر نظر اینشتین، وقتی نوری تک‌فام بر سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد تا فرایند خارج کردن الکترون از فلز را انجام دهد، الکترون به‌طور آنی از آن گسیل می‌شود.

در این صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز می‌شود و مابقی آن به صورت انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می‌شود.

این نظر اینشتین را می‌توان به کمک قانون پایستگی انرژی به صورت زیر نوشت:

$$hf=W+K$$ (قانون پایستگی انرژی در اثر فوتوالکتریک)

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

که در آن W کار (انرژی) لازم برای خارج کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز و K انرژی جنبشی آن‌ها پس از جدا شدن از سطح آن فلز است. از آن‌جا که برخی از الکترون‌ها در فلز کم‌تر مفیدند، برای خارج کردن آن‌ها از فلز کار کم‌تری لازم است. بنابراین اگر حداقل کار لازم برای خارج کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز خاص W_0 باشد، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل شده از آن برابر خواهد بود با:

$K_{max} = hf - W_0$ (معادلهٔ فوتوالکتریک)

W_0 را تابع کار فلز می‌نامند که به جنس فلز بستگی دارد و همان‌گونه که گفتیم، کمینه کار لازم برای خارج کردن یک الکترون از یک فلز معین است.

نکته:

بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها به بسامد فوتون فرودی (f) و جنس فلز (W_0) بستگی دارد و این انرژی مستقل از شدت نور تابشی است:

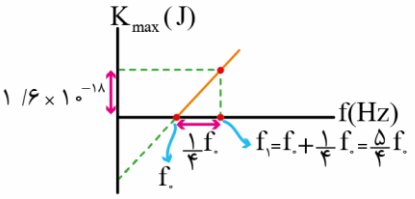
$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow{W_0 = hf_0} K_{max} = h(f - f_0) = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)$$

λ_0 طول‌موج آستانهٔ فلز است. حواستان باشد که باید $\lambda \le \lambda_0$ باشد تا پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد.

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه طول از مبدأ در این نمودار معادل f_0 است پس بسامد نور تابیده شده معادل با $f_1 = f_0 + \frac{1}{4}f_0 = \frac{5}{4}f_0$ خواهد شد.

همچنین مقدار انرژی جنبشی بیشینه برحسب eV معادل خواهد بود با:



$$K_{max(eV)} = \frac{K_{max(J)}}{e} = \frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۸}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۱۰eV$$

$$K_{max} = hf_1 - W_0 = \frac{5}{4}hf_0 - W_0 \xrightarrow{hf_0 = W_0} K_{max} = \frac{5}{4}W_0 - W_0$$

$$\rightarrow ۱۰ = \frac{1}{4}W_0 \rightarrow W_0 = ۴۰eV$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- در اتم هیدروژن، کدام گسیل زیر منجر به تابش فوتونی با بسامد $۶۷/۵THz$ خواهد شد؟ $\left(R = ۰/۰۱(nm)^{-1}, c = ۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}\right)$

۱) $\Delta E(۳ \rightarrow ۱)$ ۲) $\Delta E(۵ \rightarrow ۴)$ ۳) $\Delta E(۷ \rightarrow ۲)$ ۴) $\Delta E(۵ \rightarrow ۲)$

پاسخ: گزینه ۲ (۱۲۰۴ - ساده - حفظی و مفهومی)

بررسی طول موج‌های اتم هیدروژن

تمامی طول‌موج‌های نشری اتم هیدروژن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n' < n)$$

ثابت ریدبرگ $R \simeq ۰/۰۱۰۹nm^{-1}$

نام طیف	n'	n	ناحیه طیف
لیمان	۱	۲,۳,۴,...	فرابنفش
بالمر	۲	۳,۴,۵,...	۴ خط اصلی مرئی و بقیه فرابنفش
پاشن	۳	۴,۵,۶,...	فروسرخ
براکت	۴	۵,۶,۷,...	فروسرخ
پفوند	۵	۶,۷,۸,...	فروسرخ

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

نکته:

برای درک بهتر از رشته‌ها (سری‌ها) از مفهوم انرژی استفاده کنید هرچه اختلاف بین n و n' بیشتر باشد، انرژی فوتون گسیل شده بیشتر است.

ویژگی فوتون گسیل شده	معادل انرژی	نتیجه	رابطه ریدبرگ
کم‌ترین طول‌موج در رشته براکت	E_{max}	$n'=۴, n=\infty$	$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{\infty})$
بیشترین بسامد گسیلی لیمان	E_{max}	$n'=۱, n=\infty$	$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۱}-\frac{۱}{\infty})$
بلندترین طول‌موج فرابنفش	E_{min}	$n'=۲, n=۷$	$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۴۹})$
خط چهارم رشته بالمر	$E_{min}<E<E_{max}$	$n'=۲, n=۶$	$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۳۶})$

پاسخ تشریحی:

اگر طول‌موج فوتون گسیل شده را بدست آوریم چنین داریم:

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶۷/۵\times۱۰^{۱۲}}\simeq ۴۴۴۰ \text{ یا } ۴۴۴۴\,nm$$

از آن‌جا که محدودهٔ طول‌موج نور مرئی در بازهٔ $۴۰۰nm\le\lambda\le۷۰۰nm$ است، پس این فوتون در محدودهٔ امواج فروسرخ قرار دارد و بنابراین در رشتهٔ پاشن $(n'=۳)$، براکت $(n'=۴)$ یا پفوند $(n'=۵)$ بوده است.

اکنون هر گزینه را جداگانه بررسی می‌کنیم:

گ ۱ ← $\Delta E(۳\to۱)$ ← لیمان ← فرابنفش ✗

گ ۲ ← $\Delta E(۵\to۴)$ ← براکت ← فروسرخ ✓

گ ۳ ← $\Delta E(۷\to۲)$ ← بالمر ← فرابنفش ✗

گ ۴ ← $\Delta E(۵\to۲)$ ← بالمر ← مرئی ✗

گروه آموزشی ماز

۷۴- یک هستهٔ پرتوزا در یک واپاشی طبیعی، دو ذرهٔ آلفا، یک ذرهٔ بتای منفی و یک نوترون گسیل می‌کند. بار الکتریکی هستهٔ دختر نسبت به هستهٔ مادر چند کولن و به چه صورت تغییر خواهد کرد؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$ کولن کاهش می‌یابد.

۲) $۴/۸\times۱۰^{-۱۹}$ کولن کاهش می‌یابد.

۳) ۸×۱۰^{-۱۹} کولن کاهش می‌یابد.

۴) ثابت می‌ماند.

پاسخ: گزینه ۲ (۱۲۰۲ - متوسط - محاسباتی)

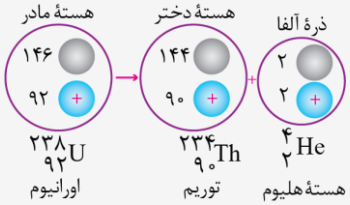
واپاشی α

۱) این واپاشی در هسته‌های سنگین روی می‌دهد.

۲) پرتوهای α ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم $(^{۴}_{۲}He)$ هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند.

۳) برد پرتوهای α کوتاه است. این ذرات پس از طی مسافتی کوتاه در حدود $۱cm$ تا $۲cm$ در هوا یا هنگام عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. پرتوهای α کمترین نفوذ را دارند و با ورقهٔ نازک سربی با ضخامت ناچیز $(۰/۰۱mm)$ متوقف می‌شوند.

۴) اگر ذره‌های α از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند، باعث آسیب‌های شدید به بدن خواهند شد. به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X\to{}^{A-۴}_{Z-۲}Y+{}^{۴}_{۲}He \qquad (\alpha \text{ واپاشی})$$

واپاشی β^-

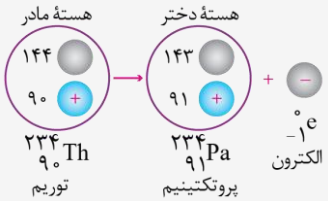
۱) این واپاشی، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است.

۲) پرتوهای β^- در واقع همان الکترون‌ها هستند.

۳) پرتوهای β^- مسافت خیلی بیشتری را نسبت به پرتوهای α در سرب نفوذ می‌کنند. تقریباً پرتوهای β^- می‌توانند مسافتی در حدود $(۰/۱mm)$ در سرب نفوذ کنند.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۴) الکترون گسیل شده در این واپاشی یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست؛ این الکترون وقتی به وجود می‌آید که نوترونی درون هسته، به پروتون تبدیل شود.
به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده توجه کنید:



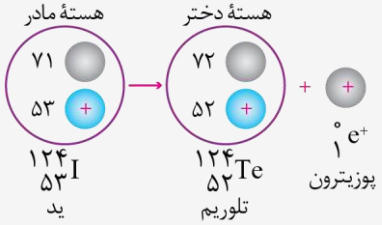
$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^{-} \qquad (\beta^{-1} \text{ واپاشی})$$

واپاشی β^+

۱) در این واپاشی ذرهٔ گسیل شده توسط هسته، جرم یکسانی با الکترون دارد ولی به جای بار e- دارای بار الکتریکی e+ است. به این الکترون مثبت، پوزیترون می‌گویند و با نماد β^+ یا e^+ نمایش داده می‌شود.

۲) مسافتی که پرتوهای β^+ در سرب نفوذ می‌کنند مانند β^- در حدود $(0/1mm)$ است.

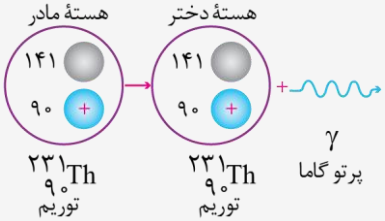
۳) هنگام واپاشی β^+ یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.
به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^{+} \qquad (\beta^{+} \text{ واپاشی})$$

واپاشی γ

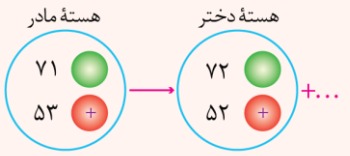
۱) اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسند.
۲) پرتوهای گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و دارای بار الکتریکی و جرم نمی‌باشند و از فوتون‌های پرانرژی تشکیل شده‌اند.
۳) پرتوهای گاما بیشترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقهٔ سربی به ضخامت $(100mm)$ عبور کنند.
به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma \qquad (\gamma \text{ واپاشی})$$

مثال:

شکل مقابل، واپاشی ید ۱۲۴ را نشان می‌دهد. نام ذرهٔ گسیل شده، کدام است؟



۱) آلفا ۲) گاما ۳) پوزیترون ۴) الکترون

پاسخ: ۳

با توجه به واپاشی انجام شده می‌توان نوشت:

$$^{124}_{53}I \rightarrow {}^{124}_{52}Te + {}^{A}_{Z}X \rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = 1 \end{cases} \rightarrow {}^{0}_{+1}X = {}^{0}_{+1}\beta = \text{پوزیترون}$$

پاسخ تشریحی:

معادله این واپاشی را می‌نویسیم:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A'}_{Z'}y + {}^{4}_{2}He + {}^{0}_{-1}e + {}^{1}_{0}n$$
$$Z = Z' + 2 \times 2 + (-1) + 0 \rightarrow Z' = Z - 3$$

پس تعداد پروتون‌های هسته دختر سه واحد کمتر از تعداد پروتون‌های هسته مادر بوده و بنابراین بار الکتریکی هستهٔ دختر نسبت به هستهٔ مادر به اندازهٔ زیر کاهش می‌یابد:

$$q = ne = 3 \times 1/6 \times 10^{-19} = 4/8 \times 10^{-19} C$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- در فروپاشی یک ماده پرتوزا، در لحظهٔ t_1، ۵۰ درصد و در لحظهٔ t_2، ۹۳/۷۵ درصد از تعداد هسته‌های اولیه دچار فروپاشی شده است. $\Delta t = t_2 - t_1$ چند برابر نیمه‌عمر این ماده است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

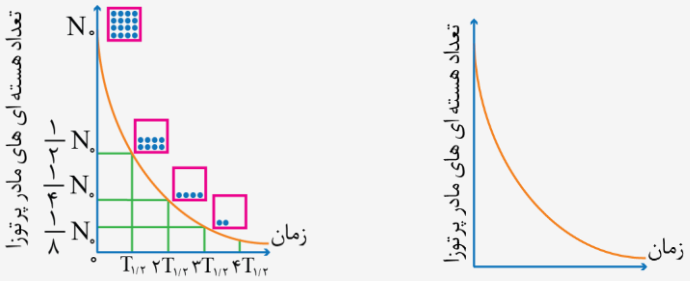
پاسخ: گزینه ۲ (۱۲۰۴ – ساده – مسأله)

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

نیمه عمر

همان‌طور که گفتیم هسته‌های ناپایدار با گذشت زمان دچار واپاشی می‌شوند و به ذرات، انرژی و هسته‌های سبک‌تر تبدیل می‌شوند، به مدت زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه، به نصف برسند نیمه‌عمر می‌گویند و آن را با $T_{\frac{1}{2}}$ نشان می‌دهند.

فرض کنید تعداد هسته‌های مادر موجود در یک مادهٔ پرتوزا برابر N_0 باشد، همان‌طور که در نمودارهای زیر می‌بینید، با گذشت زمان، این هسته‌ها دچار واپاشی شده و کاهش می‌یابند، همان‌طور که در نمودار سمت چپ می‌بینید با گذشت هر نیمه‌عمر تعداد هسته‌های باقی‌مانده نصف می‌شود.



برای به دست آوردن تعداد هسته‌های باقی‌مانده در یک واپاشی می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \qquad m = \frac{m_0}{2^n} \qquad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

N ← تعداد هسته‌های باقی‌مانده
N_0 ← تعداد هسته‌های اولیه
m ← جرم فعال
m_0 ← جرم اولیه
n ← تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده
t ← کل زمان واپاشی
$T_{\frac{1}{2}}$ ← زمان نیمه‌عمر

پاسخ تشریحی:

در هر نیمه‌عمر، تعداد هسته‌ها به نصف مقدار قبلی می‌رسد. در لحظهٔ t_1، ۵۰ درصد از تعداد هسته‌های اولیه فروپاشیده شده و بنابراین ۵۰ درصد از تعداد هسته‌های اولیه باقی مانده است. همچنین در لحظهٔ t_2، ۹۳/۷۵ درصد از تعداد هسته‌های اولیه فروپاشیده شده پس ۶/۲۵ درصد از تعداد هسته‌های اولیه باقی مانده است. اگر دو عدد ۵۰ ٪ و ۶/۲۵ ٪ را با هم مقایسه کنیم متوجه خواهیم شد که در این بازهٔ زمانی، عدد ۵۰ ٪، ۳ بار نصف شده تا به عدد ۶/۲۵ ٪ رسیده است! پس به راحتی می‌توان گفت Δt معادل ۳ نیمه‌عمر بوده است!

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۷۶- چند مورد از مطالب زیر، نادرست هستند؟ (میانگین جرم اتمی بور($_5B$) را $1/8 \times 10^{-23} g$ در نظر بگیرید.)

آ) هر چه نیم‌عمر یک ایزوتوپ کوتاه‌تر باشد، پایداری آن ایزوتوپ بیش‌تر است.

ب) شمار ذرات زیراتمی باردار در آخرین گاز نجیب، ۲۹/۵ برابر Z فراوان‌ترین عنصر پوسته جامد زمین است.

پ) با افزایش عدد اتمی، همواره تعداد نوارهای رنگی در طیف نشری خطی عناصر مختلف افزایش پیدا می‌کند.

ت) مدل بور توانست علاوه بر طیف نشری خطی هیدروژن، طیف نشری خطی سایر عنصرها را نیز توجیه کند.

ث) در یک نمونه به جرم ۱۶/۲۵۴ گرم از عنصر بور، $3/612 \times 10^{23}$ الکترون با عدد کوانتومی $l = 0$ وجود دارد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۰۰۱)

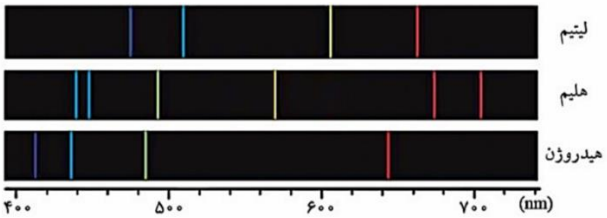
به جز عبارت (ب)، سایر عبارت‌های داده شده نادرست هستند.

بررسی موارد:

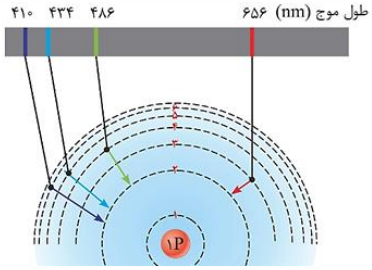
آ) نیم‌عمر هر ایزوتوپ، برابر با طول بازه‌ی زمانی است که در طول آن، نیمی از جرم ایزوتوپ مورد نظر دچار واپاشی می‌شود. هر چه نیم‌عمر یک ایزوتوپ کوتاه‌تر باشد، آن ایزوتوپ زودتر دچار واپاشی شده و در نتیجه ذرات سازنده آن ناپایدارتر است. به عبارت دیگر، می‌توان گفت پایداری هر ایزوتوپ با نیم‌عمر آن ایزوتوپ رابطه مستقیم دارد.

ب) آخرین عنصر جدول دوره‌ای، آخرین عنصری است که در گروه ۱۸ قرار گرفته است. این عنصر، معادل با اوگانسون($_{118}Og$) بوده و تعداد ذرات زیر اتمی باردار(مجموع الکترون‌ها و پروتون‌ها) در آن برابر با $2Z = 2 \times 118 = 236$ عدد است. فراوان‌ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین، اکسیژن($_8O$) است و بنابراین مقدار نسبت موردنظر برابر با $\frac{236}{8} = 29/5$ خواهد بود.

پ) مطابق شکل زیر، تعداد نوارهای رنگی در طیف نشری خطی عناصر $_1H$ ، $_2He$ و $_3Li$ به ترتیب ۴، ۶ و ۴ است. بنابراین می‌توان گفت میان تعداد خطوط مرئی موجود در طیف نشری یک عنصر و عدد اتمی آن عنصر رابطه مستقیمی وجود ندارد.



ت) مدل بور توانست با موفقیت طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند؛ اما توانایی توجیه طیف نشری خطی سایر عنصرها را نداشت. شکل زیر چگونگی ایجاد چهار نوار رنگی ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی اتم‌های هیدروژن را نشان می‌دهد:



بور پس از پژوهش‌های بسیار، توانست مدلی برای اتم هیدروژن ارائه کند. اگرچه مدل بور با موفقیت توانست طیف نشری-خطی هیدروژن را توجیه کند، اما توانایی توجیه طیف نشری-خطی دیگر عنصرها را نداشت. دانشمندان به دنبال توجیه و علت ایجاد طیف نشری-خطی دیگر عنصرها و نیز چگونگی نشر نور از سایر اتم‌ها، ساختاری لایه‌ای را برای اتم ارائه کردند. در این مدل، اتم را کره‌ای درنظر می‌گیرند که هسته در فضایی بسیار بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون‌ها در فضایی بسیار بزرگ‌تر و در لایه‌هایی پیرامون هسته توزیع می‌شوند. نکته مهم در رابطه با این مدل اتمی، کوانتومی بودن دادوستد انرژی هنگام انتقال الکترون از یک لایه به لایه‌ی دیگر است. در واقع، الکترون هنگام انتقال از یک لایه به لایه‌ی دیگر، انرژی را به صورت پیمانه‌ای یا بسته‌های معین، جذب یا نشر می‌کند.

ث) جرم مولی بور برابر با حاصل‌ضرب عدد آووگادرو در میانگین جرم هر اتم بور است. بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم مولی بور} = (1/8 \times 10^{-23}) \times (6/02 \times 10^{23}) = 10/836\ g.mol^{-1}$$

از طرفی با توجه به آرایش الکترونی بور، در هر اتم این عنصر، ۴ الکترون با $l = 0$ قرار دارد. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:

$$[_5B]: \underline{1s^2}\ \underline{2s^2}\ 2p^1$$

در نهایت، تعداد الکترون‌های موردنظر را بدست می‌آوریم:

$$?e^- = 16/254\ g\ B \times \frac{1\ mol\ B}{10/836\ g\ B} \times \frac{6/02 \times 10^{23} B\ \text{اتم}}{1\ mol\ B} \times \frac{4\ e^-}{1\ B\ \text{اتم}} = 3/612 \times 10^{24} e^-$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۷۷- اگر اختلاف شمار نوترون و الکترون در یک رادیوایزوتوپ پولونیوم($_{۸۴}Po$) برابر ۴۱ باشد، نسبت تعداد نوترون‌ها به پروتون‌ها در این رادیوایزوتوپ ..... از ۱/۵ بوده و بعد از گذشت ..... سال، ۹۶/۸۷۵ درصد از یک نمونه ۵۰ گرمی آن، تجزیه خواهد شد. (نیم‌عمر رادیوایزوتوپ موردنظر را $۲/۴۳ \times ۱۰^۹$ ثانیه و هر ماه را معادل ۳۰ روز در نظر بگیرید.)

۱) کوچک‌تر – ۳۱۲/۵ ۲) بزرگ‌تر – ۳۱۲/۵ ۳) کوچک‌تر – ۳۹۰/۶۲۵ ۴) بزرگ‌تر – ۳۹۰/۶۲۵

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مسأله ـ ۱۰۰۱)

در قدم اول، شمار نوترون‌ها و پروتون‌های این رادیوایزوتوپ را حساب می‌کنیم. با توجه به داده‌های سوال داریم:

$$\left.\begin{matrix}(۱)\ n-e=۴۱\\(۲)\ Z=e=۸۴\end{matrix}\right\}\rightarrow n=۴۱+e=۴۱+۸۴=۱۲۵$$

در نتیجه نسبت موردنظر برابر با $\frac{۱۲۵}{۸۴}\simeq ۱/۴۸$ بوده و از ۱/۵ کوچک‌تر است.

اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آنها برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، ناپایدار هستند. بر این اساس، داریم:

$$\text{در اغلب ایزوتوپ‌های ناپایدار}: \frac{N}{Z}\geq ۱/۵ \xrightarrow[\text{۱ اضافه می‌کنیم}]{\text{به دو طرف نامساوی}} \frac{N}{Z}+۱\geq ۲/۵ \Rightarrow \frac{N+Z}{Z}\geq ۲/۵ \Rightarrow \frac{A}{Z}\geq ۲/۵ \ .$$

$$\text{عدد جرمی} = A = Z+N \ ,$$

با توجه به محاسبات بالا، می‌توان گفت در اغلب ایزوتوپ‌های ناپایدار، نسبت عدد جرمی به عدد اتمی برابر یا بیشتر از ۲/۵ است. البته، در برخی از ایزوتوپ‌های ناپایدار، نسبت عدد جرمی به عدد اتمی کوچک‌تر از ۲/۵ است. به عنوان مثال، در ساختار اتم تکنسیم($_{۴۳}^{۹۹}Tc$)، مقدار نسبت گفته شده برابر با ۲/۳ است، در حالی که تکنسیم از جمله عناصر رادیواکتیو بوده و نیم‌عمر بسیار کوتاهی دارد.

جرم رادیوایزوتوپ باقی‌مانده از رابطه زیر بدست می‌آید که در آن n تعداد نیم‌عمرهای سپری شده و $m_.$ جرم اولیه رادیوایزوتوپ است. بر این اساس، داریم:

$$m=(\frac{۱}{۲})^n\times m_. \quad\rightarrow\quad \left(\frac{۱۰۰-۹۶/۸۷۵}{۱۰۰}\right)\times ۵۰=(\frac{۱}{۲})^n\times ۵۰\rightarrow \frac{۳/۱۲۵}{۱۰۰}=(\frac{۱}{۲})^n\rightarrow \frac{۱}{۳۲}=(\frac{۱}{۲})^n\rightarrow n=۵$$

نیم‌عمر رادیوایزوتوپ موردنظر بر حسب سال برابر خواهد بود با:

$$?\,year=(۲/۴۳\times ۱۰^۹)s\times\frac{۱\ h}{۳۶۰۰\ s}\times\frac{۱\ day}{۲۴\ h}\times\frac{۱\ month}{۳۰\ day}\times\frac{۱\ year}{۱۲\ month}=۷۸/۱۲۵\ year$$

در نهایت، زمان موردنیاز برای تجزیه نمونه موردنظر را بدست می‌آوریم:

$$n=\frac{t}{T}\rightarrow t=n\times T=۵\times ۷۸/۱۲۵=۳۹۰/۶۲۵\ \text{year}$$

گروه آموزشی ماز

۷۸- در یک آزمایش، از واکنش مخلوطی از ایزوتوپ‌های ^{۱۶}O و ^{۱۸}O با ایزوتوپ‌های ^{۵۰}Cr ، ^{۵۲}Cr و ^{۵۳}Cr اکسیدهایی با جرم‌های مولی متفاوت تشکیل می‌شود که در آن‌ها عدد اکسایش کروم برابر ۶+ است. نسبت تقریبی جرم مولی سنگین‌ترین این اکسیدها به جرم مولی سبک‌ترین آن‌ها و تعداد انواع اکسیدهایی با جرم مولی زوج، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۱/۰۴ - ۶ ۲) ۱/۰۴ - ۸ ۳) ۱/۰۹ - ۶ ۴) ۱/۰۹ - ۸

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۱)

عدد اکسایش کروم در ترکیب $CrO_۳$ برابر با ۶+ است. در رابطه با این ترکیب، داریم:

$$Cr+۳(-۲)=۰\rightarrow Cr=+۶$$

در ساختار سنگین‌ترین اکسید موردنظر، ایزوتوپ‌های ^{۵۳}Cr و ^{۱۸}O و در ساختار سبک‌ترین اکسید ایزوتوپ‌های ^{۵۰}Cr و ^{۱۶}O به کار رفته‌اند. بر این اساس، در رابطه با این اکسیدها داریم:

$$\left.\begin{matrix}\text{جرم مولی سنگین‌ترین اکسید}=۵۳+(۳\times ۱۸)=۱۰۷\ g.mol^{-۱}\\ \text{جرم مولی سبک‌ترین اکسید}=۵۰+(۳\times ۱۶)=۹۸\ g.mol^{-۱}\end{matrix}\right\}\rightarrow \text{نسبت موردنظر}=\frac{۱۰۷}{۹۸}\simeq ۱/۰۹$$

اما اکسیدهایی که در آن‌ها ایزوتوپ‌های ^{۵۰}Cr یا ^{۵۲}Cr و ایزوتوپ‌های ^{۱۶}O و ^{۱۸}O به کار رفته باشد، جرم مولی زوج دارند. از سه اتم اکسیژن $CrO_۳$، صفر تا ۳ اتم می‌تواند ^{۱۶}O باشد؛ پس در مجموع چهار حالت داریم:

حالت اول: ۳ تا ^{۱۸}O حالت دوم: یکی ^{۱۶}O و ۲ تا ^{۱۸}O

حالت سوم: ۲ تا ^{۱۶}O و یکی ^{۱۸}O حالت چهارم: ۳ تا ^{۱۶}O

از طرف دیگر، تک اتم کروم در این ترکیب، یکی از ایزوتوپ ^{۵۰}Cr یا ^{۵۲}Cr که جرم اتمی زوج دارند می‌تواند باشد؛ بنابراین در مجموع $۴\times ۲=۸$ نوع اکسید با جرم مولی زوج داریم.

گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام مطلب زیر، نادرست است؟

۱) اولین عنصر از جدول دوره‌ای که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا تبعیت نمی‌کند، در لایه سوم خود ۱۳ الکترون دارد.

۲) حدود ۱۶/۷ درصد از عناصر موجود در دسته p جدول دوره‌ای، تمایل به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند.

۳) شمار الکترون‌های ظرفیتی چهارمین عنصر دسته d با شمار این الکترون‌ها در اتم مرکزی $SF_۴$ برابر است.

۴) میان یون‌های حاصل از دو عنصر A و B با آرایش الکترون–نقطه‌ای مقابل، پیوند یونی برقرار می‌شود.

$A:$ $\cdot\ddot{B}\cdot$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

با توجه به آرایش الکترون-نقطه‌ای دو عنصر B و A، می‌توان گفت این دو عنصر به ترتیب نافلزی از گروه پانزدهم جدول تناوبی و گاز نجیب هلیم(He) هستند و همانطور که می‌دانیم، گازهای نجیب با سایر اتم‌ها وارد واکنش نمی‌شوند. توجه داریم که بر اثر واکنش یک فلز و یک نافلز، به ترتیب یک کاتیون و یک آنیون تولید شده و به دلیل وجود بارهای الکتریکی ناهمنام، بین یون‌ها نیروی جاذبه بسیار قوی برقرار خواهد شد که پیوند یونی نامیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اولین عنصر از جدول دوره‌ای که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا تبعیت نمی‌کند، $_{۲۴}Cr$ است که زیرلایه‌های $۳s$ و $۳p$ آن پر از الکترون و زیرلایه $۳d$ آن نیمه پُر است؛ بر این اساس در لایه سوم آن $۱۳ = \frac{۱۰}{۲} + ۶ + ۲$ الکترون وجود دارد. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:

$$[_{۲۴}Cr] = [_{۱۸}Ar]۳d^{۵}۴s^{۲}$$

قاعده آفبا، آرایش الکترونی اتم اغلب عنصرها را پیش بینی می‌کند؛ اما برای اتم برخی عنصرهای جدول دوره‌ای مثل کروم و مس، نارسایی دارد. امروزه به کمک روش‌های طیف سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی چنین اتم‌هایی را با دقت تعیین می‌کنند. در واقع، روش طیف‌سنجی می‌تواند آرایش الکترونی دقیق همه عناصر از جمله کروم و مس را بدست بیاورد. آرایش الکترونی دقیق کروم و مس که با استفاده از روش‌های طیف‌سنجی بدست آمده، به صورت زیر است:

$$_{۲۹}Cu : [_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۱۰}\ ۴s^{۱} \qquad _{۲۴}Cr : [_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۵}\ ۴s^{۱}$$

همانطور که مشخص است، در آرایش الکترونی این اتم‌ها یک الکترون از زیرلایه $۴s$ به زیرلایه‌ی $۳d$ منتقل شده است؛ پس این اتم‌ها از قاعده‌ی آفبا پیروی نمی‌کنند.

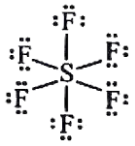
کاربردهای مختلف انواع طیف‌سنجی به صورت زیر است:

۲) از بین $۳۶ = ۶ \times ۶$ عنصر دسته p، ۶ عنصر گاز نجیب بوده و تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارد. بر این اساس درصد موردنظر برابر است با:

$$\frac{۶}{۳۶} \times ۱۰۰ \simeq ۱۶/۷ \quad \text{درصد}$$

توجه داریم که هلیم $[_{۲}He]$، تنها گاز نجیبی است که به دسته‌ای به غیر از دسته p (دسته s) تعلق دارد.

۳) چهارمین عنصر دسته d، معادل با $_{۲۴}Cr$ است که آرایش الکترونی آن به $۳d^{۵}\ ۴s^{۱}$ ختم شده و ۶ الکترون ظرفیتی دارد. اتم مرکزی $SF_۶$، اتم گوگرد($_{۱۶}S$) بوده که همانند دیگر عناصر گروه ۱۶ جدول دوره‌ای، ۶ الکترون ظرفیتی دارد. ساختار مولکولی این ماده به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

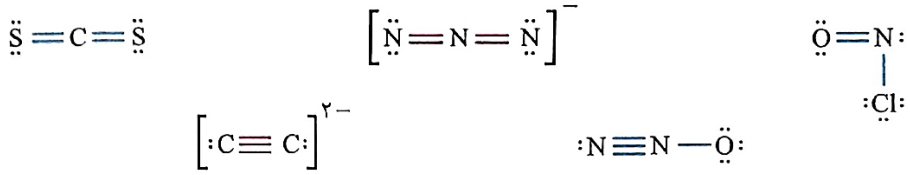
۸۰- در چند درصد از گونه‌های زیر، شمار جفت الکترون‌های پیوندی و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی با هم برابر است؟

$N_۲O$ • $C_۲^{۲-}$ • $NOCl$ • $N_۳^-$ • $CS_۲$ •

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

ساختار لوویس گونه‌های داده شده به صورت زیر است:



با توجه به ساختارهای لوویس رسم شده، در ۳ گونه از گونه‌های داده شده(کربن دی‌سولفید، $N_۳^-$ و $N_۲O$) یعنی $\frac{۳}{۵} \times ۱۰۰ = ۶۰٪$ از کل گونه‌ها، شمار جفت الکترون‌های پیوندی($p.e$) و جفت الکترون‌های ناپیوندی($n.p.e$) با هم برابر هستند.

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۸۱- در یک آزمایش، گاز CO_2 حاصل از سوختن کامل ۱۷/۸ گرم از نوعی چربی با فرمول $C_{57}H_{110}O_6$، با مخلوطی از دو ترکیب منیزیم اکسید و کلسیم اکسید به طور کامل واکنش داده است. اگر مجموع جرم مواد معدنی تولید شده در این آزمایش، برابر با ۹۹/۶ گرم باشد، نسبت شمار یون‌های فلز با واکنش‌پذیری کمتر به شمار یون‌های فلز دیگر در مخلوط موردنظر کدام است؟

$(Ca = 40, Mg = 24, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۳/۲۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۳/۷۵ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مسأله ـ ۱۰۰۲)

واکنش سوختن کامل چربی موردنظر به صورت زیر انجام می‌شود:

$$2C_{57}H_{110}O_6(s) + 163O_2 \rightarrow 114CO_2 + 110H_2O$$

ابتدا تعداد مول گاز CO_2 تولید شده در واکنش سوختن را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,CO_2 = 17/8\,g\,C_{57}H_{110}O_6 \times \frac{1\,mol\,C_{57}H_{110}O_6}{890\,g\,C_{57}H_{110}O_6} \times \frac{114\,mol\,CO_2}{2\,mol\,C_{57}H_{110}O_6} = 1/14\,mol$$

از واکنش CO_2 با دو ترکیب MgO و CaO به ترتیب دو ماده معدنی $MgCO_3$ و $CaCO_3$ تولید می‌شود. معادله واکنش‌های انجام شده طی این فرایند به صورت زیر است:

$$MgO(s) + CO_2(g) \rightarrow MgCO_3(s)$$
$$CaO(s) + CO_2(g) \rightarrow CaCO_3(s)$$

اگر در مخلوط اولیه n مول MgO و m مول CaO وجود داشته باشد، از واکنش مخلوط اولیه با گاز CO_2، مقدار n مول $MgCO_3$ و m مول $CaCO_3$ تولید خواهد شد. بر این اساس داریم:

$$\text{جرم مخلوط مواد معدنی} = \text{جرم } MgCO_3 \text{ تولید شده} + \text{جرم } CaCO_3 \text{ تولید شده} = n \times (24 + 12 + 48) + m \times (40 + 12 + 48)$$
$$= 84n + 100m = 99/6 \quad (1)$$

از آن‌جا که هر مول از مخلوط اولیه با یک مول گاز CO_2 واکنش می‌دهد، داریم:

$$(2)\ n + m = 1/14$$

با جایگزینی معادله (۲) در معادله (۱)، مقادیر m و n بدست می‌آید. در این رابطه، داریم:

$$84(1/14 - m) + 100\,m = 99/6 \rightarrow 16m = 3/84 \rightarrow m = 0/24\,mol \rightarrow n = 1/14 - m = 1/14 - 0/24 = 0/9\,mol$$

با افزایش شعاع اتمی فلزهای موجود در هر گروه از جدول دوره‌ای، واکنش‌پذیری آن‌ها افزایش می‌یابد. بنابراین واکنش‌پذیری فلز کلسیم از فلز منیزیم بیشتر است. بنابراین نسبت موردنظر برابر خواهد بود با:

$$\frac{\text{شمار یون‌های فلز با واکنش‌پذیری کمتر}}{\text{شمار یون‌های فلز با واکنش‌پذیری بیشتر}} = \frac{n}{m} = \frac{0/9}{0/24} = 3/75$$

گروه آموزشی ماز

۸۲- در یک نمونه محلول آمونیوم فسفات، تفاوت شمار آنیون‌ها و کاتیون‌ها برابر با $1/505 \times 10^{22}$ است. اگر به این محلول، مقدار ۵۳۹/۵ میلی‌گرم سدیم فسفات اضافه کنیم، غلظت یون فسفات در محلول نهایی بر حسب ppm به تقریب کدام است؟ (جرم محلول نهایی را برابر با ۴۰۰ گرم در نظر بگیرید.)

$(P = 31, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۱۲۵ ۲) ۳۲۵۰ ۳) ۳۵۰۰ ۴) ۳۷۵۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۳)

با توجه به رابطه $ppm = \frac{\text{حل‌شونده } mg}{\text{محلول } kg}$، کافی است جرم کلی یون فسفات(PO_4^{3-}) موجود در محلول نهایی را بر حسب میلی‌گرم حساب کنیم. توجه داریم که جرم محلول نهایی برابر با $400\,g \times \frac{1\,kg}{1000\,g} = 0/4\,kg$ است. در قدم اول، جرم یون فسفات موجود در محلول اولیه را حساب می‌کنیم. با توجه به فرمول شیمیایی نمک آمونیوم فسفات که به صورت $(NH_4)_3PO_4$ است، در هر مول از این ترکیب ۳ مول کاتیون و یک مول آنیون وجود دارد. در نتیجه می‌توان گفت تفاوت تعداد مول آنیون‌ها و کاتیون‌ها در هر مول از این ترکیب یونی برابر با ۲ مول یا معادل با $2 \times 6/02 \times 10^{23} = 1/204 \times 10^{24}$ عدد است. بر این اساس داریم:

$$?\,mg\,PO_4^{3-} = 1/505 \times 10^{22}\ \text{اختلاف شمار یون‌ها} \times \frac{1\,mol\,(NH_4)_3PO_4}{1/204 \times 10^{24}\ \text{اختلاف شمار یون‌ها}} \times \frac{1\,mol\,PO_4^{3-}}{1\,mol\,(NH_4)_3PO_4} \times \frac{95\,g\,PO_4^{3-}}{1\,mol\,PO_4^{3-}} \times \frac{1000\,mg}{1\,g}$$
$$= 1187/5\,mg$$

از طرف دیگر، از حل شدن یک مول سدیم فسفات با فرمول Na_3PO_4 در محلول، یک مول یون PO_4^{3-} آزاد می‌شود. بر این اساس داریم:

$$?\,mg\,PO_4^{3-} = 539/5\,mg\,Na_3PO_4 \times \frac{1\,g\,Na_3PO_4}{1000\,mg\,Na_3PO_4} \times \frac{1\,mol\,Na_3PO_4}{164\,g\,Na_3PO_4} \times \frac{1\,mol\,PO_4^{3-}}{1\,mol\,Na_3PO_4} \times \frac{95\,g\,PO_4^{3-}}{1\,mol\,PO_4^{3-}} \times \frac{1000\,mg\,PO_4^{3-}}{1\,g\,PO_4^{3-}}$$
$$\simeq 312/5\,mg$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

بنابراین در محلول نهایی mg ۱۵۰۰ = ۳۱۲/۵ + ۱۱۸۷/۵ یون فسفات وجود داشته و غلظت این یون بر حسب ppm برابر خواهد بود با:

$$ppm = \frac{mg \text{ حل‌شونده}}{kg \text{ محلول}} = \frac{۱۵۰۰}{۰/۴} = ۳۷۵۰$$

گروه آموزشی ماز

۸۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر، درست هستند؟

آ) میانگین قدرت پیوند یونی در کلسیم‌فسفات و پیوند هیدروژنی آب، از نیروی یون-دوقطبی در مخلوط این مواد بیشتر است.

ب) آب تصفیه شده با استفاده از فرایند تقطیر، نسبت به آب تصفیه شده توسط صافی کربن، مقدار آلودگی کمتری دارد.

پ) انحلال‌پذیری گازهای مختلف در آب با فشار گاز رابطه مستقیم داشته و با دمای محلول مورد نظر رابطه عکس دارد.

ت) در مواد مولکولی با جرم مولی مشابه، ماده‌ای که در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند، آسان‌تر مایع می‌شود.

۱) آ و ب ۲) آ و پ ۳) ب و ت ۴) پ و ت

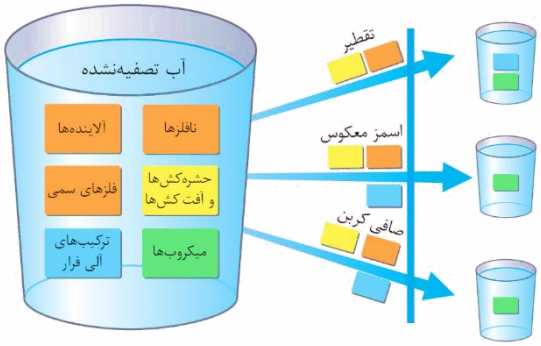
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۰۰۳)

عبارت‌های (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ) کلسیم فسفات $(Ca_۳(PO_۴)_۲)$، یک ترکیب نامحلول در آب است. از این رو می‌توان گفت که میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص(پیوند هیدروژنی در آب) و حل‌شونده خالص(پیوند یونی در کلسیم فسفات) از جاذبه‌های حل‌شونده با حلال در محلول(نیروی جاذبه یون – دوقطبی بین ذرات آب و یون‌های کلسیم و فسفات) بیشتر است.

ب) با توجه به شکل صفحه بعد، استفاده از صافی کربن نسبت به روش تقطیر، آلاینده‌های بیشتری را حذف می‌کند.

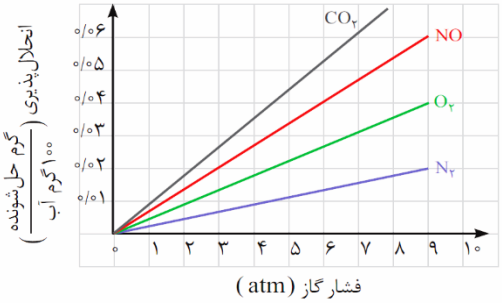


توجه داریم که ترکیب‌های آلی فرار در روش تقطیر حذف نشده ولی در دو روش اسمز معکوس و صافی کربن حذف می‌شوند. جدول زیر، مواد جداشده و جدا نشده توسط روش‌های تصفیه‌ای آب دریا را نمایش می‌دهد:

مواد جداشده و جدانشده از آب با روش های تصفیه‌ای					
تقطیر		اسمز معکوس		صافی کربن	
حشره‌کش و آفت‌کش/ فلزات سمی/ نافلزها/ آلاینده ها	جداشده	حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها/ فلزات سمی/ نافلزها/ آلاینده‌ها / ترکیبات آلی فرار	جداشده	حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها/ فلزات سمی/ نافلزها/ آلاینده‌ها / ترکیبات آلی فرار	جداشده
میکروب‌ها / ترکیبات آلی فرار	جدانشده	میکروب ها	جدانشده	میکروب ها	جدانشده

همانطور که مشخص است، روش تقطیر، نسبت به روش‌های صافی کربنی و اسمز معکوس توان کمتری در جداسازی مواد آلاینده از آب دریا را دارد.

پ) مطابق قانون هنری، انحلال‌پذیری گازها در آب با افزایش فشار به صورت خطی افزایش پیدا می‌کند. برای مثال، به نمودار زیر توجه کنید:



از طرفی انحلال‌پذیری گازها در آب با افزایش دما کاهش پیدا می‌کند. بر این اساس می‌توان گفت که انحلال‌پذیری گازها با فشار رابطه مستقیم و با دمای محلول مورد نظر نیز رابطه عکس دارد.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

ت) از بین دو ماده مولکولی با جرم مولی مشابه، ماده‌ای که در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند، گشتاور دوقطبی صفر یا نزدیک به صفر داشته و ناقطبی است؛ بنابراین نقطه جوش آن پایین‌تر بوده و در فرایند میعان، سخت‌تر مایع می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۴- اگر به ۲/۵ کیلوگرم محلول آهن(II) سولفات با غلظت $۳۰۴۰۰ ppm$، مقدار ..... گرم سدیم هیدروکسید جامد اضافه کنیم، واکنش زیر به طور کامل انجام شده و مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول نهایی به تقریب برابر ..... مول بر لیتر خواهد بود. (حجم محلول نهایی را برابر با ۲۵۶۰ میلی‌لیتر در نظر بگیرید. $Fe = ۵۶ , S = ۳۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

$FeSO_۴(aq) + NaOH(s) \rightarrow Fe(OH)_۲(s) + Na_۲SO_۴(aq)$ **(معادله واکنش را موازنه کنید.)**

۱) ۰/۴۵ – ۲۰ ۲) ۰/۵۸ – ۲۰ ۳) ۰/۴۵ – ۴۰ ۴) ۰/۵۸ – ۴۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۳)

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$FeSO_۴(aq) + ۲NaOH(s) \rightarrow Fe(OH)_۲(s) + Na_۲SO_۴(aq)$$

با توجه به تعریف ppm که به صورت $ppm = \frac{mg \text{ حل‌شونده}}{kg \text{ محلول}}$ است، تعداد مول آهن(II) سولفات موجود در محلول ۲/۵ کیلوگرمی اولیه را بدست می‌آوریم:

$$?\, mol\, FeSO_۴ = ۲/۵\, kg \text{ محلول} \times \frac{۳۰۴۰۰\, mg\, FeSO_۴}{۱\, kg \text{ محلول}} \times \frac{۱\, g}{۱۰۰۰\, mg} \times \frac{۱\, mol\, FeSO_۴}{۱۵۲\, g\, FeSO_۴} = ۰/۵\, mol$$

هر مول $FeSO_۴$ با ۲ مول $NaOH$ به طور کامل واکنش می‌دهد. بر این اساس داریم:

$$?\, g\, NaOH = ۰/۵\, mol\, FeSO_۴ \times \frac{۲\, mol\, NaOH}{۱\, mol\, FeSO_۴} \times \frac{۴۰\, g\, NaOH}{۱\, mol\, NaOH} = ۴۰\, g$$

همچنین به ازای مصرف هر مول $FeSO_۴$، مقدار ۲ مول Na^+ و یک مول یون $SO_۴^{۲-}$ (در مجموع ۳ مول یون) در محلول نهایی وجود خواهد داشت. توجه داریم که آهن(II) هیدروکسید یک رسوب جامد است که ته‌نشین شده و یون‌های موجود در ساختار آن($Fe^{۲+}$ و OH^-) به حالت آزاد در محلول نهایی وجود ندارند. بر این اساس داریم:

$$?\, mol \text{ یون} = ۰/۵\, mol\, FeSO_۴ \times \frac{۳\, mol \text{ یون}}{۱\, mol\, FeSO_۴} = ۱/۵\, mol$$

در نهایت، مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول نهایی را بدست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول}}{\text{حجم}} = \frac{۱/۵}{۲/۵۶} \simeq ۰/۵۸\, mol.L^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۸۵- از واکنش ۹/۳۷۵ گرم $LiAlH_۴$ ناخالص با ۱۲۶۳/۵ میلی‌لیتر آب مطابق واکنش زیر، مقدار ۰/۶ لیتر گاز با چگالی $۲/۵ g.L^{-۱}$ تولید شده است. درصد خلوص $LiAlH_۴$ مصرف شده چقدر بوده و pH محلول نهایی کدام است؟ (آلومینیم هیدروکسید در آب کاملا نامحلول است.)
($Al = ۲۷ , O = ۱۶ , Li = ۷ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

$LiAlH_۴(s) + H_۲O(l) \rightarrow LiOH(aq) + Al(OH)_۳(s) + H_۲(g)$ **(معادله واکنش را موازنه کنید.)**

۱) ۷۶ – ۱۲/۳ ۲) ۸۲ – ۱۲/۳ ۳) ۷۶ – ۱۳/۲ ۴) ۸۲ – ۱۳/۲

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مسأله ـ ۱۱۰۱)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$LiAlH_۴(s) + ۴H_۲O(l) \rightarrow LiOH(aq) + Al(OH)_۳(s) + ۴H_۲(g)$$

ابتدا با توجه به حجم گاز $H_۲$ تولید شده، درصد خلوص $LiAlH_۴$ را پیدا می‌کنیم:

$$?\, L\, H_۲ = ۹/۳۷۵\, g\, LiAlH_۴ \text{ ناخالص} \times \frac{P\, g\, LiAlH_۴}{۱۰۰\, g\, LiAlH_۴ \text{ ناخالص}} \times \frac{۱\, mol\, LiAlH_۴}{۳۸\, g\, LiAlH_۴} \times \frac{۴\, mol\, H_۲}{۱\, mol\, LiAlH_۴} \times \frac{۲\, g\, H_۲}{۱\, mol\, H_۲} \times \frac{۱\, L\, H_۲}{۲/۵\, g\, H_۲} = ۰/۶\, L$$

$$\rightarrow P = \frac{۰/۶ \times ۲/۵ \times ۳۸ \times ۱۰۰}{۹/۳۷۵ \times ۴ \times ۲} = ۷۶ \text{ درصد}$$

در ادامه، تعداد مول $LiOH$ تولید شده و میلی‌لیتر آب مصرف شده را حساب می‌کنیم:

$$?\, mol\, LiOH = ۰/۶\, L\, H_۲ \times \frac{۲/۵\, g\, H_۲}{۱\, L\, H_۲} \times \frac{۱\, mol\, H_۲}{۲\, g\, H_۲} \times \frac{۱\, mol\, LiOH}{۴\, mol\, H_۲} = ۰/۱۸۷۵\, mol$$

$$?\, mL\, H_۲O = ۰/۱۸۷۵\, mol\, LiOH \times \frac{۴\, mol\, H_۲O}{۱\, mol\, LiOH} \times \frac{۱۸\, g\, H_۲O}{۱\, mol\, H_۲O} \times \frac{۱\, mL\, H_۲O}{۱\, g\, H_۲O} = ۱۳/۵\, mL$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

بنابراین حجم آب باقیمانده برابر با ۱۲۵۰ = ۱۳/۵ − ۱۲۶۳/۵ میلی‌لیتر بوده و غلظت مولی لیتیم هیدروکسید برابر خواهد بود با:

$$M = \frac{\text{تعداد مول}}{\text{حجم}} = \frac{۰/۱۸۷۵}{۱/۲۵} = ۰/۱۵\ mol.L^{-۱}$$

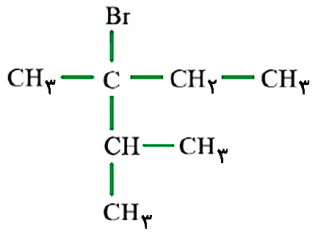
از آنجا که لیتیم هیدروکسید یک باز قوی تک ظرفیتی است، غلظت یون OH^- در محلول آن برابر با ۰/۱۵ مول بر لیتر خواهد بود. بر این اساس، داریم:

$$[H^+] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-]} = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۰/۱۵} \rightarrow pH = -\log\left(\frac{۱۰^{-۱۴}}{۳ \times ۵ \times ۱۰^{-۲}}\right) = ۱۲ + \underbrace{\log ۳}_{۰/۵} + \underbrace{\log ۵}_{۰/۷} = ۱۳/۲$$

همانطور که مشخص است، pH محلول حاصل از این فرایند برابر با ۱۳/۲ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

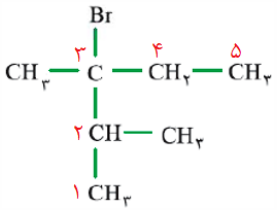
۸۶- نام ترکیبی با ساختار مولکولی مقابل، بر اساس قواعد آیوپاک به صورت ..... بوده و این ترکیب، ..... ایزومر با یک شاخه اتیل دارد.



۱) ۳–برمو–۳،۲–دی‌متیل پنتان، ۳
۲) ۳،۲–دی‌متیل–۳–برومو پنتان، ۷
۳) ۳–برمو–۳،۲–دی‌متیل پنتان، ۷
۴) ۳،۲–دی‌متیل–۳–برمو پنتان، ۳

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

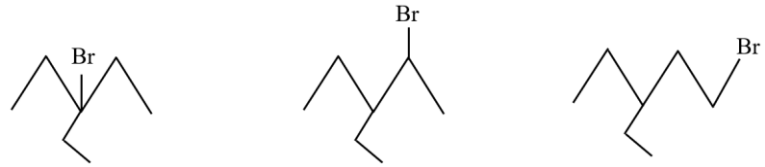
شماره‌گذاری زنجیره کربنی اصلی این ترکیب به صورت زیر است:



با توجه به شماره‌گذاری انجام شده، نام ترکیب موردنظر به صورت ۳–برمو–۳،۲–دی‌متیل پنتان است. توجه داریم که هنگام نام‌گذاری، شاخهٔ برمو($Bromo$) بر شاخهٔ متیل($Methyl$) اولویت دارد.

از آنجا که شاخه اتیل بر روی کربن شماره ۲ نمی‌تواند قرار بگیرد، اسکلت کربنی ایزومر مورد نظر به شکل زیر خواهد بود:

در واقع یک اتم کربن مرکزی داریم که به سه گروه اتیل متصل است. با توجه به تقارن این ساختار، اتم Br از ۹ جایگاه ممکن، می‌تواند به ۳ جایگاه متفاوت متصل شود؛ بنابراین ترکیب موردنظر ۳ ایزومر با یک شاخه اتیل دارد:



گروه آموزشی ماز

۸۷- معادله‌ی واکنش‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$DCl_۲(s) + Z(s) \rightarrow \text{واکنش نمی‌دهد} \qquad ACl_۲(s) + Z(s) \rightarrow A(s) + ZCl_۲(s)$$

با توجه به معادله‌ی این واکنش‌ها، با استفاده از عنصر فلزی D، ..... عنصر A را از ساختار $ACl_۲$ خارج کرد و از بین این سه عنصر فلزی، تامین شرایط مورد نیاز برای نگهداری فلز ..... دشوارتر از سایر فلزها است.

۱) می‌توان – D ۲) نمی‌توان – D ۳) می‌توان – Z ۴) نمی‌توان – Z

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

واکنش‌پذیری هر عنصر، به معنای تمایل اتم‌های آن عنصر به انجام واکنش شیمیایی است. هرچه واکنش‌پذیری اتم‌های عنصری بیشتر باشد، در شرایط یکسان تمایل آن عنصر برای تبدیل شدن به ترکیب بیشتر است. با توجه به معادله‌ی واکنش $ACl_۲(s) + Z(s) \rightarrow A(s) + ZCl_۲(s)$ و انجام شدن خودبه‌خودی

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

آن، می‌توان گفت واکنش‌پذیری فلز Z در مقایسه با فلز A بیشتر است. از طرفی، با توجه به انجام نشدن واکنش $DCl_2(s) + Z(s) \rightarrow$، می‌توان گفت فلز D در مقایسه با فلز Z، واکنش‌پذیری بالاتری دارد. بر این اساس، مقایسه‌ی واکنش‌پذیری فلزهای داده شده به صورت زیر می‌شود:

$$\text{واکنش‌پذیری} : D > Z > A$$

چون عنصر D از A واکنش‌پذیرتر است، با استفاده از این فلز می‌توان فلز A را از ترکیبات آن خارج کرد. از طرفی، چون فلز D در مقایسه با سایر فلزهای داده شده واکنش‌پذیرتر است، تامین شرایط مورد نیاز برای نگهداری آن نیز سخت‌تر خواهد بود.

هرچه یک فلز فعال‌تر باشد، اتم‌های آن فلز میل بیشتری به تولید کاتیون و ایجاد ترکیب داشته و ترکیب‌های حاصل از آن فلز نیز پایدارتر از خود آن فلز خواهند بود. به عبارت دیگر، هرچه واکنش‌پذیری یک عنصر فلزی بیشتر باشد، استخراج آن فلز از ترکیبات حاوی آن دشوارتر است. به عنوان مثال، چون واکنش‌پذیری سدیم بیشتر از آلومینیم است، استخراج سدیم از Na_2O دشوارتر از استخراج آلومینیم از Al_2O_3 است. از طرفی، در هوای مرطوب نیز فلزی که واکنش‌پذیری بالاتری داشته باشد سریع‌تر از سایر عناصر فلزی واکنش می‌دهد. به عنوان مثال، چون واکنش‌پذیری سدیم بیشتر از روی است، در شرایط یکسان و در هوای مرطوب، یک قطعه از فلز سدیم در مقایسه با یک قطعه از فلز روی سریع‌تر واکنش می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۸۸- اگر آنتالپی پیوندهای $H-H$، $N \equiv N$، $N-H$ و $N-N$ به ترتیب برابر با ۴۳۲، ۹۴۲، ۳۸۸ و ۱۶۳ کیلوژول بر مول باشد، برای تولید ۱۶۰ گرم هیدرازین از گازهای N_2 و H_2، چند کیلوژول انرژی نیاز است و این انرژی را به طور تقریبی با سوختن چند گرم گاز استیلن می‌توان تأمین کرد؟ (ارزش سوختی گاز استیلن برابر با $48/5 kJ.g^{-1}$ است.)

$$2C_2H_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 2H_2O(g) \qquad (N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۱) ۴۲۵ – ۹/۳۸ ۲) ۴۵۵ – ۹/۹۲ ۳) ۴۲۵ – ۹/۹۲ ۴) ۴۵۵ – ۹/۳۸

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش تولید بخار هیدرازین به صورت زیر است:

$$N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g)$$

ابتدا واکنش تشکیل هیدرازین را با رسم ساختار لوویس مواد می‌نویسیم:

$$N \equiv N \quad + \quad 2H-H \quad \longrightarrow \quad \begin{matrix} H & & H \\ & N-N & \\ H & & H \end{matrix}$$

آنتالپی واکنش از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}\right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}\right]$$
$$= [\Delta H(N \equiv N) + 2\,\Delta H(H-H)] - [\Delta H(N-N) + 4\Delta H(N-H)] = [942 + (2 \times 432)] - [163 + (4 \times 388)]$$
$$= 942 + 864 - 163 - 1552 = +91\ kJ$$

بر این اساس داریم:

$$?\,kJ = 160\ g\ N_2H_4 \times \frac{1\ mol\ N_2H_4}{32\ g\ N_2H_4} \times \frac{91\ kJ}{1\ mol\ N_2H_4} = 455\ kJ$$

از طرفی از سوختن هر گرم گاز استیلن، $48/5\ kJ$ گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین:

$$?\,g\ C_2H_2 = 455\ kJ \times \frac{1\ g\ C_2H_2}{48/5\ kJ} \simeq 9/38\ g\ C_2H_2$$

گروه آموزشی ماز

۸۹- چند مورد از مطالب زیر، درست هستند؟ $(O = 16\ g.mol^{-1})$

آ) یک نمونه آب خالص، در مقایسه با روغن زیتون با جرم یکسان، مقاومت بیشتری در برابر تغییر دما نشان می‌دهد.

ب) در واکنش فتوسنتز، فراورده‌های تولید شده در سطح انرژی بالاتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها قرار دارند.

پ) با انحلال مقداری آمونیوم نیترات در آب، مجموع انرژی جنبشی مولکول‌های آب کاهش پیدا خواهد کرد.

ت) برخلاف ماده آلی موجود در زردچوبه، گروه کربونیل در ماده آلی موجود در بادام، به اتم H متصل است.

ث) هر مول از ماده آلی موجود در میخک، در حضور ۳۰۰ گرم گاز O_2 با خلوص ۸۰٪ به طور کامل می‌سوزد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۱۰۲)

به جز عبارت (ث)، سایر عبارت‌ها درست هستند.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

بررسی موارد:

آ) ظرفیت گرمایی آب خالص از ظرفیت گرمایی روغن زیتون بیشتر بوده و در نتیجه جرم یکسانی آب نسبت به روغن زیتون، مقاومت بیشتری در برابر تغییر دما از خود نشان می‌دهد.

روغن و چربی از جمله ترکیب های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع(l) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد(s) است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و به همین خاطر، روغن در مقایسه با چربی واکنش‌پذیری بیشتری دارد. چون روغن زیتون در مقایسه با آب گرمای ویژه کمتری دارد، پس می‌توان گفت اگر با دادن Q ژول گرما به مقداری آب و روغن زیتون، تغییر دمای این دو ماده برابر باشد، جرم نمونه آب کمتر است. در این رابطه، داریم:

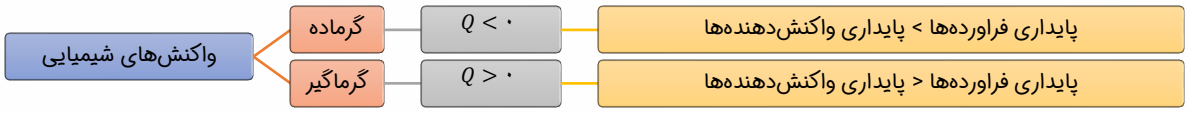
$$Q_{آب} = Q_{روغن} \Longrightarrow m_{آب} \times c_{آب} \times \Delta\theta_{آب} = m_{روغن} \times c_{روغن} \times \Delta\theta_{روغن} \xrightarrow{\Delta\theta_{آب}=\Delta\theta_{روغن}} m_{آب} \times c_{آب} = m_{روغن} \times c_{روغن}$$

با توجه به مطالب بالا، جرم نمونه‌ای که گرمای ویژه بالاتری دارد(آب)، کمتر از جرم ماده دیگر است.

ب) واکنش فتوسنتز، عکس واکنش اکسایش کامل گلوکز است. معادله این واکنش به صورت زیر است:

$$۶CO_۲(g) + ۶H_۲O(l) + Q \rightarrow C_۶H_{۱۲}O_۶(s) + ۶O_۲(g)$$

بر این اساس، می‌توان گفت واکنش مورد نظر گرماگیر بوده و همانطور که می‌دانیم، سطح انرژی فراورده‌ها در واکنش‌های گرماگیر نسبت به سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر است. نمودار زیر، روند تغییر انرژی در واکنش‌های شیمیایی را نشان می‌دهد:



پ) انحلال آمونیوم نیترات($NH_۴NO_۳$) در آب گرماگیر بوده و در نتیجه باعث کاهش دمای آب می‌شود. توجه داریم که با کاهش دمای آب، میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب و همچنین مجموع انرژی جنبشی مولکول‌های آب، کاهش پیدا خواهد کرد.

پس از ریختن ترکیب‌های یونی در آب، یون‌های سازنده این مواد از یکدیگر جدا شده و در میان مولکول‌های آب پخش می‌شوند. فرایند حل شدن برخی از انواع ترکیب‌های یونی در آب با آزاد شدن گرما و فرایند حل شدن برخی از انواع ترکیب‌های یونی در آب با جذب گرما همراه است. از فرایند انحلال این ترکیب‌های یونی در آب، برای تولید انواع بسته‌های سرمازا و گرمازا استفاده می‌شود. در این بسته‌ها مقداری از یک ترکیب یونی که در یک کپسول قرار داده شده است در مجاورت با مقداری آب قرار داده شده است. با فشار دادن کپسول موجود در این بسته‌ها، ترکیب یونی در آب حل شده و پس از مبادله‌ی انرژی با محیط، با توجه به نوع ترکیب یونی، سرما یا گرما تولید می‌شود. ورزشکاران برای درمان آسیب‌دیدگی‌های خود از این بسته‌ها استفاده می‌کنند. کلسیم کلرید بر اساس معادله زیر در آب حل می‌شود:

$$CaCl_۲(s) \xrightarrow{\text{انحلال در آب}} Ca^{۲+}(aq) + ۲Cl^-(aq) \;.\; \Delta H = -۸۳\ kJ \cdot mol^{-۱}$$

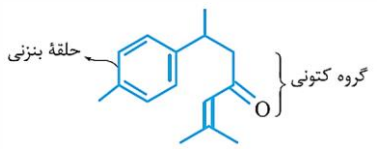
همانطور که مشخص است، این ترکیب طی یک فرایند گرماده در آب حل می‌شود. از این ترکیب یونی برای تولید بسته‌های گرمازا استفاده می‌شود.

آمونیوم نیترات بر اساس معادله زیر در آب حل می‌شود:

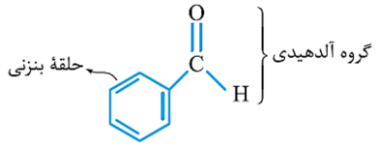
$$NH_۴NO_۳(s) \xrightarrow{\text{انحلال در آب}} NO_۳^-(aq) + NH_۴^+(aq) \;.\; \Delta H = +۲۶\ kJ \cdot mol^{-۱}$$

همانطور که مشخص است، این ترکیب طی یک فرایند گرماگیر در آب حل می‌شود. از این ترکیب یونی برای تولید بسته‌های سرمازا استفاده می‌شود.

ت) ساختار ترکیب آلی موجود در زردچوبه به صورت زیر است:



ساختار ترکیب آلی موجود در بادام به صورت زیر است:



با توجه به ساختارهای رسم شده، ماده آلی موجود در زردچوبه یک نوع کتون بوده و ماده آلی موجود در بادام یک آلدهید به نام بنزآلدهید است. توجه داریم که گروه کربونیل در آلدهیدها برخلاف کتون‌ها به اتم H متصل است.

ث) ماده آلی موجود در میخک، ۲– هپتانون با فرمول شیمیایی $C_۷H_{۱۴}O$ است که مطابق معادله زیر به طور کامل می‌سوزد:

$$C_۷H_{۱۴}O(l) + ۱۰O_۲(g) \rightarrow ۷CO_۲(g) + ۷H_۲O(g)$$

بر این اساس داریم:

$$?\ g\ O_۲\ \text{ناخالص} = ۱\ mol\ C_۷H_{۱۴}O \times \frac{۱۰\ mol\ O_۲}{۱\ mol\ C_۷H_{۱۴}O} \times \frac{۳۲\ g\ O_۲}{۱\ mol\ O_۲} \times \frac{۱۰۰\ g\ O_۲\ \text{ناخالص}}{۸۰\ g\ O_۲} = ۴۰۰\ g$$

www.biomaze.ir
برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

۹۰- کدام‌یک از موارد داده شده باعث افزایش سرعت واکنش میان اتانول و اتانوئیک اسید موجود در یک محلول آبی شده و در ساختار فراورده آلی حاصل از این فرایند، چند اتم هیدروژن وجود خواهد داشت؟

۱) افزودن مقداری اتانول خالص به محلول - ۱۰
۲) انحلال گاز گوگرد تری‌اکسید در این محلول - ۸
۳) کاهش دمای محتویات موجود در ظرف - ۱۰
۴) افزودن مقداری آب به محلول مورد نظر - ۸

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

طی این فرایند، اتانول با استیک اسید واکنش داده و اتیل استات(اتیل اتانوات) را تولید می‌کند. اتیل اتانوات، عضوی از خانواده استرها است که در ساختار مولکولی خود ۸ اتم هیدروژن دارد. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$C_2H_5OH(aq) + CH_3COOH(aq) \rightarrow C_2H_5OOCCH_3(aq) + H_2O(l)$$

افزایش دمای محیط، افزایش غلظت واکنش‌دهنده‌ها و افزودن کاتالیزگر، همگی می‌توانند سبب افزایش سرعت این واکنش شیمیایی شوند، اما افزایش حجم محلول با افزودن مقداری آب به آن، سبب کاهش سرعت واکنش می شود. توجه داریم که با انحلال گاز گوگرد تری‌اکسید در محلول، سولفوریک اسید تولید شده و این ماده کاتالیزگر واکنش مورد نظر است.

با افزایش غلظت واکنش‌دهنده‌های شرکت‌کننده در یک واکنش شیمیایی، تعداد برخوردهای میان ذرات سازنده‌ی این مواد افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش مورد نظر با سرعت بیشتری انجام می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت سرعت انجام شدن واکنش‌های شیمیایی با غلظت مواد شرکت‌کننده در آن‌ها رابطه مستقیم دارد. به عنوان مثال، بیماران تنفسی در شرایط اضطراری در هوای عادی نمی‌توانند به خوبی نفس بکشند؛ اما با اتصال کپسول اکسیژن به آن‌ها، هموگلوبین راحت‌تر با اکسیژن ترکیب شده و شرایط بیمار بهبود پیدا می‌کند. البته، توجه داریم که غلظت مواد جامد(s) و مایع خالص(l) به راحتی قابل تغییر نیست؛ چراکه اگر مقدار(جرم) این مواد را n برابر کنیم، حجم آن‌ها نیز n برابر می‌شود و در نتیجه، غلظت آن‌ها در دمای ثابت، تغییری نمی‌کند. با توجه به توضیحات داده شده، از تاثیر غلظت فقط برای تغییر سرعت واکنش‌هایی می‌توانیم استفاده کنیم که حداقل یکی از اجزا شرکت‌کننده در آن‌ها در حالت گاز(g) یا محلول(aq) باشند. به عنوان مثال، در واکنش $2Na(s) + 2H_2O(l) \rightarrow 2NaOH(aq) + H_2(g)$ از تاثیر غلظت نمی‌توانیم برای تغییر سرعت انجام شدن واکنش استفاده کنیم؛ چراکه واکنش‌دهنده‌های شرکت کننده در این واکنش در حالت مایع و جامد قرار دارند.

گروه آموزشی ماز

۹۱- واکنش $2NH_3(g) + 3N_2O(g) \rightarrow 4N_2(g) + 3H_2O(g)$ در یک محفظه در حال انجام است. اگر در طول ۲۰ ثانیه ۷۴/۱۲ کیلوژول گرما تولید شود، با توجه به واکنش‌های زیر، سرعت متوسط تولید گاز N_2 بر حسب $mol.s^{-1}$ و سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده با مولکول خطی و چگالی $2/2g.L^{-1}$ بر حسب $L.min^{-1}$ کدام است؟ ($O=16, N=14 : g.mol^{-1}$)

۱) $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$, $\Delta H_1 = -531\ kJ$
۲) $4NH_3(g) + 3O_2(g) \rightarrow 6H_2O(g) + 2N_2(g)$, $\Delta H_2 = -1490\ kJ$
۳) $N_2O(g) + H_2(g) \rightarrow N_2(g) + H_2O(g)$, $\Delta H_3 = -326\ kJ$

۱) ۱۳/۲ − ۰/۰۱۶
۲) ۱۴/۴ − ۰/۰۱۶
۳) ۱۳/۲ − ۰/۰۲۴
۴) ۱۴/۴ − ۰/۰۲۴

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مسأله ـ ۱۱۰۲)

ابتدا آنتالپی واکنش داده شده را بدست می‌آوریم. معادله این واکنش به صورت زیر است:

$$2NH_3(g) + 3N_2O(g) \rightarrow 4N_2(g) + 3H_2O(g)$$

برای محاسبه مقدار تغییر آنتالپی این واکنش از قانون هس استفاده می‌کنیم. گاز NH_3 سمت چپ واکنش کلی و با ضریب ۲ است؛ پس واکنش (۲) را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$2')\ 2NH_3(g) + \frac{3}{2}O_2(g) \rightarrow 3H_2O(g) + N_2(g) \quad , \quad \Delta H_2' = \frac{-1490}{2} kJ$$

گاز N_2O سمت چپ واکنش کلی و با ضریب ۳ است؛ پس واکنش (۳) را در ۳ ضرب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$3')\ 3N_2O(g) + 3H_2(g) \rightarrow 3N_2(g) + 3H_2O(g) \quad , \quad \Delta H_3' = -(3 \times 326) kJ$$

گاز O_2 در واکنش کلی وجود ندارد؛ پس واکنش (۱) را در $-\frac{3}{2}$ ضرب می‌کنیم تا $\frac{3}{2}O_2$ در سمت راست آن تشکیل شود. بر این اساس، داریم:

$$1')\ 3H_2O(g) \rightarrow 3H_2(g) + \frac{3}{2}O_2(g) \quad , \quad \Delta H_1' = -531 \times (-\frac{3}{2}) kJ$$

بنابراین آنتالپی کلی واکنش برابر خواهد بود با:

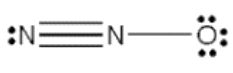
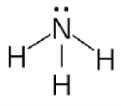
$$\Delta H_{\text{کلی}} = \Delta H_1' + \Delta H_2' + \Delta H_3' = 796/5 - 745 - 978 = -926/5\ kJ$$

در ادامه، تعداد مول گاز نیتروژن تولید شده و حجم گاز N_2O مصرف شده را حساب می‌کنیم:

$$?\ mol\ N_2 = 74/12\ kJ \times \frac{4\ mol\ N_2}{926/5\ kJ} = 0/32\ mol$$

$$?\ L\ N_2O = 0/32\ mol\ N_2 \times \frac{3\ mol\ N_2O}{4\ mol\ N_2} \times \frac{44\ g\ N_2O}{1\ mol\ N_2O} \times \frac{1\ L\ N_2O}{2/2\ g\ N_2O} = 4/8\ L$$

توجه داریم که ساختار N_2O به صورت خطی و ساختار NH_3 به صورت غیرخطی(هرمی) است. ساختار این مواد به صورت زیر است:

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

در نهایت، سرعت متوسط تولید گاز N_2 و سرعت متوسط مصرف N_2O را حساب می‌کنیم:

$$\text{سرعت متوسط تولید } N_2 = \frac{\text{تعداد مول } N_2}{\text{زمان بر حسب ثانیه}} = \frac{۰/۳۲\ mol}{۲۰\ s} = ۰/۰۱۶\ mol.s^{-۱}$$

$$\text{سرعت متوسط مصرف } N_2O = \frac{\text{حجم } N_2O \text{ مصرفی}}{\text{زمان بر حسب دقیقه}} = \frac{۴/۸\ L}{۲۰\ s \times \frac{۱\ min}{۶۰\ s}} = ۱۴/۴\ L.min^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۹۲- کدام‌یک از مطالب زیر، درست است؟

۱) همه عناصر فلزی موجود در دسته p، همانند عناصر دسته d، با تشکیل یون پایدار، به آرایش یک گاز نجیب نمی‌رسند.

۲) هر اتم کروم با از دست دادن ۲ عدد الکترون با $n = ۴$، به کاتیونی با آرایش الکترونی $[Ar]۳d^۴$ تبدیل می‌شود.

۳) تفاوت‌های قابل توجهی میان فلزهای واسطه و فلزهای اصلی وجود دارد، اما همه فلزها رسانای الکتریکی هستند.

۴) در جدول دوره‌ای عناصر، تعدادی از خانه‌های خالی وجود دارد که با کشف عناصر طبیعی دیگر در آینده، پر می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

اگرچه همه فلزها در حالت‌های کلی رفتارهای مشابهی از جمله رسانایی الکتریکی و گرمایی، سطح درخشان، چکش‌خواری و ... دارند؛ اما تفاوت‌های قابل توجهی میان آن‌ها وجود دارد، به طوری که هر فلز رفتارهای ویژه خود را دارد.

فلزها افزون بر رفتارهای مشابه، تفاوت‌های آشکاری در برخی رفتارها نشان می‌دهند. در واقع، هر فلز افزون بر رفتارهای مشترک با سایر عناصر فلزی، رفتارهای ویژهٔ خود را نیز دارد. مثلا فلزهای دسته‌ی d(فلزهای واسطه)، همانند سایر فلزها رسانایی الکتریکی بالا، رسانایی گرمایی بالا و شکل‌پذیری دارند، اما در ویژگی‌هایی مانند سختی، نقطه ذوب و تنوع اعداد اکسایش با آنها تفاوت دارند. تیتانیم، دومین فلز واسطه‌ی موجود در تناوب چهارم است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی مثل ساخت موتور جت، پروانه‌ی کشتی‌های اقیانوس‌پیما و نمای زیبای ساختمان‌ها استفاده می‌شود.

ویژگی‌های تیتانیم در مقایسه با فولاد به شرح جدول زیر است:

ویژگی / ماده	تیتانیم	مقایسه	فولاد
نقطهٔ ذوب ($^\circ C$)	۱۶۶۷	<	۱۵۳۵
چگالی ($g.mL^{-۱}$)	۴/۵۱	>	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	>	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	<	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	≃	عالی

از تیتانیم برای ساختن قطعات موتور جت استفاده می‌شود. هنگامی که موتور جت کار می‌کند، همهٔ اجزای سازندهٔ آن(اجزای ثابت و متحرک) دمای بالایی پیدا می‌کنند؛ پس برای ساختن این قطعات باید از فلزی استفاده کرد که دمای ذوب بالایی داشته باشد. از طرفی، این قطعات باید از جنس فلزی ساخته شوند که مقاومت بالایی در برابر خوردگی داشته باشد و تا حد امکان چگالی آن نیز کم‌تر باشد. با توجه به برتری فلز تیتانیم نسبت به فولاد در همه‌ی این زمینه‌ها، استفاده از این فلز برای ساختن موتور جت منطقی‌تر از فولاد است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) از فلزهای دسته p، عنصر آلومینیم با از دست دادن سه الکترون و تشکیل یون پایدار به آرایش الکترونی گاز نجیب نئون می‌رسد. فرایند انجام شده در رابطه با اتم‌های این فلز به صورت زیر است:

$$_{۱۳}Al: [Ne]۳s^۲۳p^۱ \xrightarrow{-۳e} {}_{۱۳}Al^{۳+}: [Ne]$$

سایر فلزهای موجود در دسته p از جمله گالیم، سرب و قلع، هنگام تبدیل شدن به کاتیون به آرایش الکترونی یک گاز نجیب نمی‌رسند.

۲) کروم($_{۲۴}Cr$) برای رسیدن به آرایش الکترونی $[Ar]۳d^۴$، یک الکترون از زیرلایه $۳d$(با $n = ۳$) و یک الکترون از $۴s$(با $n = ۴$) از دست می‌دهد. در این حالت، اتم کروم به یون $Cr^{۲+}$ تبدیل می‌شود.

۴) همه ۱۱۸ عنصر جدول دوره‌ای امروزی شناسایی شده‌اند، به طوری که هیچ خانه‌ای در جدول خالی نیست و جست‌وجو برای کشف عناصر طبیعی به پایان رسیده و تنها راه افزایش شمار عنصرها، تولید عناصر به شکل ساختگی است.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

جدول دوره‌ای امروزی شامل ۱۱۸ عنصر مختلف(۹۲ عنصر طبیعی و ۲۶ عنصر ساختگی) می‌شود. عناصر جدول دوره‌ای بر اساس افزایش عدد اتمی در ۷ دوره و ۱۸ گروه در کنار یکدیگر چیده شده‌اند؛ به طوری که هیچ خانه‌ای از این جدول خالی نیست. در این شرایط، شناسایی و ساخت عنصرهایی با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۱۱۸ سبب ارائه طبقه بندی‌های تازه‌ای از عنصرها خواهد شد؛ چراکه در جدول دوره‌ای امروزی، جایی برای این عناصر جدید پیش‌بینی نشده است. شارل ژانت، یکی از افرادی بود که با ارائه‌ی یک الگوی جدید، توانست عناصری با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۱۱۸ را نیز طبقه‌بندی کند. جدول پیشنهاد شده توسط ژانت، با مدل کوانتومی اتم‌ها همخوانی داشت. بر اساس چینش عناصر مختلف در این جدول، زیرلایه‌ی g به عنوان زیرلایه‌ی پنجم، پس از پر شدن زیرلایه‌های s، p، d و f شروع به پر شدن می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۹۳- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟ ($H = ۱ , C = ۱۲ , F = ۱۹ : g.mol^{-۱}$)

آ) کولار، یک پلی‌آمید ساختگی بوده و برخلاف پلی‌لاکتیک اسید، زیست تخریب‌پذیر است.

ب) درصد جرمی کربن در ساختار تفلون از درصد جرمی هیدروژن در پلی استیرن بیشتر است.

پ) در حلقه شش‌ضلعی موجود در مونومر سازنده سلولز، پنج اتم کربن و یک اتم اکسیژن وجود دارد.

ت) ساده‌ترین آمین، شش پیوند اشتراکی در ساختار خود داشته و از عوامل ایجادکننده بوی ماهی است.

ث) ۱-بوتانول، نسبت به دی‌اتیل‌اتر ایزومر بوده و خاصیت آب‌گریزی آن نسبت به الکل تهیه شده از چوب کم‌تر است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی و حفظی و مسأله ـ ۱۱۰۳)

عبارت‌های (آ) و (ث) نادرست هستند.

بررسی موارد:

آ) کولار، یک پلی‌آمید ساختگی است که مانند اغلب پلی‌آمیدها و همچنین پلی‌استرها به کندی در طبیعت تجزیه می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت کولار برخلاف پلی‌لاکتیک اسید، یک پلیمر زیست تخریب‌پذیر به شمار نمی‌رود.

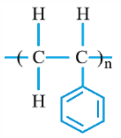
مو، ناخن، پوست بدن انسان، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله موادی هستند که پلی‌آمیدهای طبیعی در ساختار آن‌ها وجود دارد. در نقطه مقابل، پلی‌آمیدهای ساختگی را در صنایع پتروشیمی از واکنش میان دی‌آمین‌ها و دی‌اسیدها تولید می‌کنند. کِولار یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدهای مصنوعی است. کولار از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر بوده و از آن در تهیه تایر اتومبیل‌ها، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقه‌ی موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود. پوشاک دوخته شده از کولار سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم هستند.

ب) فرمول شیمیایی تفلون و پلی‌استیرن به ترتیب به صورت $(C_۲F_۴)_n$ و $(C_۸H_۸)_n$ است. از آنجا که همواره مقدار درصد جرمی در واحد تکرارشونده و پلیمرهای افزایشی یکسان است، خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی کربن در تفلون} = \frac{(۲ \times ۱۲)}{(۲ \times ۱۲) + (۴ \times ۱۹)} \times ۱۰۰ = \frac{۲۴۰۰}{۲۴ + ۷۶} = \text{درصد } ۲۴$$

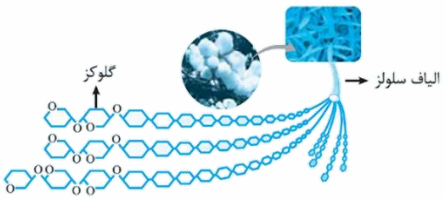
$$\text{درصد جرمی هیدروژن در پلی‌استیرن} = \frac{(۸ \times ۱)}{(۸ \times ۱) + (۸ \times ۱۲)} \times ۱۰۰ = \frac{۸۰۰}{۱۰۴} \simeq \text{درصد } ۷/۷$$

ساختار مولکول پلی‌استیرن به صورت زیر است:



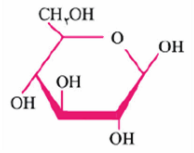
پلانکت و تیم پژوهشی او طی بررسی‌ها و مطالعات خود بر روی انواع سردکننده‌ها، تفلون را به طور اتفاقی کشف کردند. یکی از گازهایی که آنها مصرف می‌کردند، تترافلوئوروتان بود. این گاز در شرایط مناسب در کپسول‌های آزمایشگاهی وارد واکنش بسپارش شده و به تفلون تبدیل می‌شود. تفلون، نقطه‌ی ذوب بالایی داشته و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی اثر بوده و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد و در حلال‌های آلی نیز حل نمی‌شود و نچسب است. این ویژگی‌ها دلیل کاربرد وسیع این پلیمر در صنایع مختلف است. تفلون یک پلیمر ساختگی بوده و از آن در تهیه‌ی نخ دندان، ظروف نچسب، کفی اتو و به عنوان نوار آب‌بندی لوله‌ها استفاده می‌شود.

پ) تصویر زیر، نمایی از الیاف سلولزی موجود در پنبه را نشان می‌دهد:

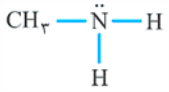


برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

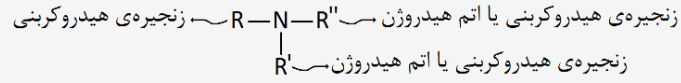
مونومر سازنده الیاف سلولز، گلوکز است که مطابق شکل داده شده از یک حلقه شش ضلعی تشکیل شده و پنج اتم کربن و یک اتم اکسیژن دارد. ساختار دقیق مولکول گلوکز به صورت زیر است:



ت) ساده‌ترین ترکیب آمینی، متیل آمین با فرمول شیمیایی CH_3NH_2 است و در ساختار آن ۶ پیوند اشتراکی وجود دارد. بوی ماهی به دلیل وجود متیل آمین و برخی آمین‌های دیگر است. ساختار مولکول متیل آمین به صورت زیر است:

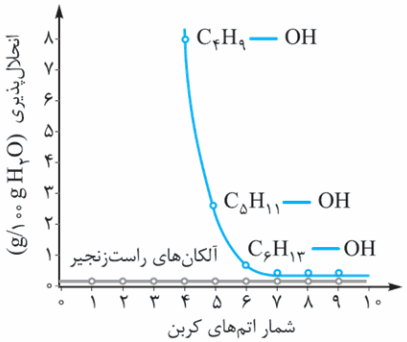


آمین‌ها گروهی از ترکیب‌های آلی نیتروژن‌دار هستند که از جایگزین شدن یک، دو و یا سه مورد از اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آمونیاک(NH_3) با زنجیره‌های هیدروکربنی حاصل می‌شوند. ساختار کلی آمین‌ها به صورت زیر است:



در ساختار آمین‌ها اتم‌های H، C و N وجود دارد. وجود اتم N در ساختار آمین‌ها، خواص شیمیایی و فیزیکی منحصر به فردی به آن‌ها داده است.

ث) بوتانول($CH_3CH_2CH_2CH_2OH$) و دی‌اتیل اتر($CH_3CH_2OCH_2CH_3$) با هم ایزومر(همپار) هستند. الکل تهیه شده با استفاده از چوب نیز همان متانول(CH_3OH) است. با افزایش طول زنجیر کربنی در مولکول الکل‌ها، میزان آب‌گریزی آن‌ها افزایش و مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین خاصیت آب‌گریزی بوتانول از متانول بیشتر است. نمودار زیر، انحلال‌پذیری الکل‌ها را در مقایسه با هیدروکربن‌ها در آب نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار بالا می‌توان گفت که:

۱- با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاسته می‌شود.

۲- سه الکل سبک‌تر یعنی متانول، اتانول و پروپانول به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

۳- انحلال‌پذیری هپتانول و الکل‌های سنگین‌تر، تنها اندکی از انحلال‌پذیری آلکان‌های راست‌زنجیر هم‌کربن با آن‌ها بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۹۴- کدام‌یک از مقایسه‌های زیر بین نمونه‌هایی به جرم برابر از استیک اسید و متانول درست است؟

۱) شمار اتم‌های هیدروژن در نمونه : استیک اسید > متانول

۲) دمای جوش نمونه مورد نظر : استیک اسید > متانول

۳) رسانایی الکتریکی محلول آبی : استیک اسید > متانول

۴) شمار جفت الکترون ناپیوندی در مولکول : استیک اسید > متانول

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

فرمول مولکولی استیک اسید و متانول، به ترتیب به صورت CH_3COOH و CH_3OH است. متانول به صورت کاملا مولکولی در آب حل شده و به همین خاطر، محلول حاصل از این ماده جریان الکتریسیته را از خود عبور نمی‌دهد. این در حالی است که استیک اسید، یک اسید ضعیف بوده و بخشی از آن به صورت یونی در آب حل می‌شود و اندک یون‌های حاصل از انحلال این ماده در آب، باعث ایجاد محلولی با رسانایی ناچیز می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) جرم مولی استیک اسید به اندازه یک اتم کربن و یک اتم اکسیژن بیشتر از جرم مولی متانول است، اما تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در این دو ماده با هم برابر است. اگر جرم‌های برابر از استیک اسید و متانول در اختیار داشته باشیم، شمار مولکول‌های استیک اسید در نمونه این ماده حتما کمتر از شمار مولکول‌های متانول بوده و به همین خاطر، می‌توان گفت شمار اتم‌های هیدروژن موجود در نمونه استیک اسید کمتر از نمونه متانول خواهد بود.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۲) استیک اسید در مقایسه با متانول جرم مولی بیشتری داشته و بخش قطبی(گروه کربوکسیل) موجود در ساختار آن نیز در مقایسه با بخش قطبی مولکول متانول بزرگ‌تر است. بر این اساس، قدرت نیروهای بین مولکولی در استیک اسید قوی‌تر بوده و این ماده دمای جوش بالاتری دارد.

۴) در ساختار ترکیب‌های آلی بدون بار، هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی خواهد بود. استیک اسید دارای ۲ اتم اکسیژن و متانول دارای ۱ اتم اکسیژن است، پس می‌توان گفت هر مولکول استیک اسید دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی و هر مولکول متانول، دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است.

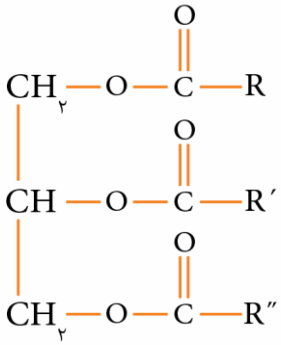
گروه آموزشی ماز

۹۵- روغن زیتون، استری با فرمول مولکولی $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ است. اگر اسیدچرب سازنده این استر با الکل سازنده استر عامل ایجاد کننده بوی سیب واکنش دهد، درصد جرمی فراورده آلی در میان فراورده‌های تولید شده به تقریب کدام است؟ (بخش ناقطبی مولکول روغن زیتون با استفاده از ۳ زنجیره هیدروکربنی مشابه ساخته شده است.) ($O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۹۰/۱ ۲) ۹۲/۲ ۳) ۹۴/۳ ۴) ۹۵/۸

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مسأله ـ ۱۲۰۱)

ساختار کلی چربی‌ها از نوع استر سنگین، به صورت زیر است:



هر یک از مولکول‌های سازنده چربی‌ها(اسیدهای چرب و استرهای با جرم مولی زیاد)، از یک بخش قطبی(بخش آب‌دوست) و یک بخش ناقطبی(بخش چربی‌دوست و یا آبگریز) تشکیل شده است. از آن‌جا که بخش اعظم این مولکول‌ها ناقطبی است، پس بخش ناقطبی مولکول به راحتی بر بخش قطبی آن غلبه کرده و درنتیجه مولکول‌های چربی در مجموع، ناقطبی به حساب می‌آیند و در حلال‌های قطبی مانند آب حل نمی‌شوند. به خاطر نامحلول‌بودن چربی‌ها در حلال‌های قطبی، آب به تنهایی نمی‌تواند چربی‌های موجود بر روی پوست و لباس‌ها را پاک کند و به همین دلیل، برای پاک‌کردن چربی‌ها باید از سایر پاک‌کننده‌ها کمک بگیریم.

از آنجا که اسیدهای چرب یکسانی در ساختار روغن زیتون وجود دارد، گروه‌های R و R' و R'' یکسان بوده و فرمول مولکولی اسیدچرب سازنده این استر از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{فرمول مولکولی اسیدچرب} = \frac{C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶ - C_۳H_۵ + ۳H}{۳} = C_{۱۸}H_{۳۴}O_۲$$

الکل سازنده استر عامل بوی سیب، متانول $(CH_۳OH)$ است. در نتیجه، واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$C_{۱۸}H_{۳۴}O_۲ + CH_۳OH \rightarrow C_{۱۹}H_{۳۶}O_۲ + H_۲O$$

در نهایت، درصد جرمی فراورده آلی(استر) تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی فراورده آلی} = \frac{\text{جرم استر}}{\text{جرم آب + جرم استر}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۹۶}{۲۹۶ + ۱۸} \times ۱۰۰ = \frac{۲۹۶۰۰}{۳۱۴} \simeq \text{درصد } ۹۴/۳$$

گروه آموزشی ماز

۹۶- مواد HX و HY، دو اسید ضعیف با جرم‌های مولی ۵۰ و ۱۵۰ گرم بر مول هستند. اگر ۸ گرم HX و ۱۵ گرم HY را جداگانه در یک لیتر آب خالص حل کنیم، pH محلول HX به اندازه ۰/۳ واحد بزرگ‌تر از pH محلول HY خواهد شد. بر این اساس، چه تعداد از مقایسه‌های زیر درست هستند؟

- درجه یونش: $HX > HY$
- مجموع غلظت یون‌ها در محلول: $HX < HY$
- شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده: $HY > HX$
- رسانایی الکتریکی محلول: $HY < HX$
- نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ در محلول: $HX > HY$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

در قدم اول، غلظت مولی دو اسید را حساب می‌کنیم:

$$M_{HY} = \frac{\text{تعداد مول } HY}{\text{حجم محلول}} = \frac{\frac{۱۵}{۱۵۰}}{۱} = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

$$M_{HX} = \frac{\text{تعداد مول } HX}{\text{حجم محلول}} = \frac{\frac{۸}{۵۰}}{۱} = ۰/۱۶\ mol.L^{-۱}$$

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

اگر pH محلول HX را با pH_1 و pH محلول HY را با pH_2 نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$pH_1 - pH_2 = ۰/۳ \rightarrow -log[H^+]_{HX} - (-log[H^+]_{HY}) = \log ۲ \rightarrow \log(\frac{[H^+]_{HY}}{[H^+]_{HX}}) = \log ۲ \rightarrow [H^+]_{HY} = ۲ \times [H^+]_{HX}$$

حالا با توجه به رابطهٔ $[H^+] = n \times M \times \alpha$، نسبت درجه یونش اسیدها را بدست می‌آوریم:

$$\frac{\alpha_{HY}}{\alpha_{HX}} = \frac{\frac{[H^+]_{HY}}{۱ \times ۰/۱}}{\frac{[H^+]_{HX}}{۱ \times ۰/۱۶}} = \frac{۰/۱۶ \times [H^+]_{HY}}{۰/۱ \times [H^+]_{HX}} = ۱/۶ \times \frac{[H^+]_{HY}}{[H^+]_{HX}} = ۱/۶ \times ۲ = ۳/۲$$

بر این اساس، موارد دوم و پنجم از مقایسه‌های انجام شده درست هستند.

بررسی موارد:

مقایسه اول: با اینکه غلظت مولی اسید HY در مقایسه با اسید دیگر کمتر است، اما درجه یونش ذرات HY از ذرات HX بزرگ‌تر بوده و در نتیجه HY اسید قوی‌تری به شمار می‌رود. ✗

مقایسه دوم: با توجه به بزرگتر بودن درجه یونش HY، این اسید بیشتر یونش یافته و مجموع غلظت یون‌ها در محلول آن بیشتر خواهد بود. ✓

مقایسه سوم: شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده در محلول HX که اسید ضعیف‌تری به شمار می رود، بیشتر است. ✗

مقایسه چهارم: رسانایی الکتریکی در محلولی که مجموع غلظت یون‌ها در آن بیشتر است؛ یعنی محلول HY، بیشتر خواهد بود. ✗

مقایسه پنجم: مقدار pH محلول HX از pH محلول HY بزرگ‌تر بوده و در نتیجه نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ در آن بزرگتر است. ✓

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر، درست هستند؟

آ) اسیدچرب غیرحلقوی با فرمول مولکولی $C_{۱۸}H_{۳۴}O_۲$، می‌تواند با بخار برم واکنش بدهد.

ب) برخلاف مولکول ویتامین (کا)، در مولکول روغن زیتون بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد.

پ) پاک‌کننده با فرمول $C_{۱۷}H_{۳۳}O_۲NH_۴$، حالت مایع داشته و قدرت پاک‌کنندگی آن در آب سخت کاهش می‌یابد.

ت) همه مخلوط‌هایی که نور عبور داده شده از خود را پخش می‌کنند، ناپایدار بوده و با گذشت زمان ته‌نشین می‌شوند.

ث) اکسیدهای حاصل از عنصری که آرایش الکترونی آن به زیرلایه $۳p^۴$ ختم می‌شود، اسید آرنیوس به شمار می‌روند.

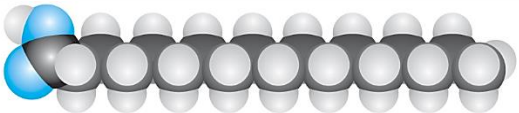
۱) آ و ث ۲) آ و پ و ث ۳) ب و ت و ث ۴) ب و ت

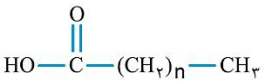
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۴۰۱)

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد:

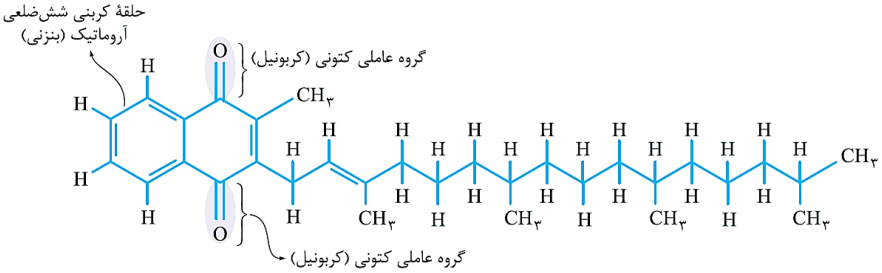
آ) تصویر زیر، ساختار کلی اسیدهای چرب سیرشده را نشان می‌دهد:





فرمول عمومی اسیدهای چرب سیرشده غیرحلقوی به صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار اسید چرب موردنظر تعداد $= \frac{(۱۸\times۲)-۳۴}{۲}$ ۱ پیوند دوگانه $C = C$ وجود دارد که می‌تواند با بخار برم واکنش دهد.

ب) در مولکول روغن زیتون، قسمت عمده مولکول از سه زنجیر هیدروکربنی یکسان تشکیل شده است و به همین خاطر در این مولکول، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد. از طرفی می‌دانیم که ویتامین (کا) محلول در چربی است؛ از این رو در مولکول این ویتامین نیز بخش ناقطبی بر بخش قطبی غالب است. ساختار مولکول ویتامین (کا) به صورت زیر است:



فرمول مولکولی ویتامین کا به صورت $C_{۳۱}H_{۴۶}O_۲$ بوده و این ماده در کلم و کاهو یافت می‌شود. در ساختار ویتامین کا، دو گروه عاملی کربونیل وجود دارد.

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

پ) در صورتی که کاتیون موجود در ساختار صابون یون Na^+ باشد، صابون به حالت جامد بوده و اگر کاتیون موجود در این ماده یکی از یون‌های K^+ یا NH_4^+ باشد، صابون به حالت مایع است. توجه داریم که صابون‌ها با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب سخت واکنش داده و رسوب تشکیل می‌دهند؛ درنتیجه قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها کاهش پیدا می‌کند.

ت) کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها هر دو مخلوط‌هایی هستند که نور را هنگام عبور از خود، پخش می‌کنند. توجه داریم که برخلاف سوسپانسیون‌ها، کلوئیدها پایدار بوده و با گذشت زمان ته‌نشین نمی‌شوند.

کلوئیدها مخلوط‌هایی از دو یا چند ماده به حساب می‌آیند که در برخی از ویژگی‌های خود، به محلول‌ها شباهت دارند و در برخی از ویژگی‌های خود، با محلول‌ها تفاوت داشته و به مخلوط‌های ناهمگن شبیه هستند. ذره‌های سازنده کلوئیدها عموماً به صورت مولکول‌های بزرگ و یا توده‌های مولکولی هستند که اندازه آن‌ها بزرگ‌تر از اندازه حل‌شونده‌های موجود در محلول‌های همگن است. چون ذرات موجود در کلوئیدها بزرگ‌تر از اندازه ذرات موجود در محلول‌ها است، اگر پرتوی نوری از درون کلوئیدها بگذرد، توسط ذره‌های سازنده کلوئید پخش شده و به چشم بازتابیده می‌شود و به همین خاطر است که مسیر عبور نور در کلوئیدها قابل مشاهده است. سطح ذرات موجود در ساختار کلوئیدها باردار بوده و به همین خاطر، این مواد با ماندن در یک موقعیت ثابت ته‌نشین نمی‌شوند.

ث) آرایش الکترونی گوگرد($_{16}S$) به زیرلایه $3p^4$ ختم شده و این عنصر نافلزی، دو اکسید با فرمول‌های شیمیایی SO_2 و SO_3 دارد که با آب واکنش داده و یون هیدرونیوم آزاد می‌کنند؛ بنابراین اکسیدهای مورد نظر اسید آرنیوس به شمار می‌روند.

گروه آموزشی ماز

۹۸- محلولی از دو اسید ضعیف HX و HY به حجم ۲/۵ لیتر و با $pH = 3$ در اختیار داریم. اگر درصد یونش اسیدهای HX و HY در این محلول به ترتیب برابر با ۰/۲ و ۰/۴ درصد باشد و برای خنثی شدن کامل این محلول، ۶۸/۴ گرم باریم هیدروکسید لازم باشد، درصد جرمی HX در محلول اولیه کدام است؟ (جرم مولی HX را $80 g.mol^{-1}$ و چگالی محلول اولیه را $1 g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید. $Ba = 137 , O = 16 , H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۱/۱۲ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۲/۲۴ ۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مسأله ـ ۱۲۰۱)

یکی از رفتارهای جالب و پرکاربرد اسیدها و بازها، واکنش‌هایی است که بین این دو دسته از مواد انجام می‌شود. به این گروه از واکنش‌ها، به اصطلاح واکنش‌های خنثی‌شدن یا همان تیتراسیون گفته می‌شود. طی واکنش‌های خنثی‌شدن، یون‌های هیدروکسید حاصل از بازها با یون‌های هیدرونیوم حاصل از اسیدها براساس معادله $OH^-(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow 2H_2O(l)$ وارد واکنش شده و مولکول‌های آب را تولید می‌کنند. از آنجا که هر دو اسید HX و HY تک پروتون‌دار هستند و با واکنش خنثی شدن این مواد با باریم هیدروکسید سروکار داریم، برای راحتی معادله واکنش خنثی شدن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$2HA(aq) + Ba(OH)_2(s) \rightarrow BaA_2(aq) + 2H_2O(l)$$

بر این اساس، تعداد مول HA برابر با مجموع تعداد مول HX و HY است. بر این اساس، داریم:

$$?\,mol\,HA = 68/4\,g\,Ba(OH)_2 \times \frac{1\,mol\,Ba(OH)_2}{171\,g\,Ba(OH)_2} \times \frac{2\,mol\,HA}{1\,mol\,Ba(OH)_2} = 0/8\,mol$$

بنابراین غلظت مولی HA(معادل با مجموع غلظت مولی دو اسید در محلول مورد نظر) برابر خواهد بود با:

$$\text{غلظت مولی } HA = \frac{\text{تعداد مول } HA}{\text{حجم محلول}} = \frac{0/8\,mol}{2/5\,L} = 0/32\,mol.L^{-1}$$

اگر غلظت اولیه HX را x مول بر لیتر در نظر بگیریم، غلظت اولیه HY برابر $0/32 - x$ مول بر لیتر خواهد شد. بر این اساس، غلظت یون H^+ تولید شده توسط هر کدام از این دو اسید را حساب می‌کنیم:

$$[H^+]_{HX} = n \times \alpha_{HX} \times M_{HX} = 1 \times \frac{0/2}{100} \times x = 2 \times 10^{-3} \times x$$

$$[H^+]_{HY} = n \times \alpha_{HY} \times M_{HY} = 1 \times \frac{0/4}{100} \times (0/32 - x) = 1/28 \times 10^{-3} - 4 \times 10^{-3} \times x$$

اما غلظت یون هیدرونیوم در محلول اولیه برابر با $[H^+]_{\text{کلی}} = 10^{-pH} = 10^{-3} mol.L^{-1}$ است. بر این اساس، داریم:

$$[H^+]_{\text{کلی}} = [H^+]_{HX} + [H^+]_{HY} \rightarrow 10^{-3} = (2 \times 10^{-3} \times x) + (1/28 \times 10^{-3} - 4 \times 10^{-3} \times x) \rightarrow 1 = 2x + 1/28 - 4x \rightarrow$$

$$x = \frac{0/28}{2} = 0/14\,mol.L^{-1}$$

در نهایت، درصد جرمی HX را در محلول اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$M = \frac{10\,ad}{\text{جرم مولی}} \rightarrow a = \frac{0/14 \times 80}{10 \times 1} = 1/12 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۹۹- همه موارد زیر نادرست هستند، بجز ..... ($Mg = ۲۴ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) همه فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را از دست بدهند.

۲) در واکنش سوختن منیزیم، به ازای تولید ۱۶ گرم فراورده جامد، $۹/۶۳۲\times۱۰^{۲۳}$ الکترون مبادله می‌شود.

۳) گاز تولید شده هنگام ورود تیغه فلز روی به هیدروکلریک اسید، در واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید تولید می‌شود.

۴) با استفاده از ۴ تیغه فلزی متفاوت و محلول الکترولیت آن‌ها، می‌توان ۶ نوع سلول گالوانی با آند و کاتد متفاوت ساخت.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۲۰۲)

از آنجا که هر تیغه فلزی پتانسیل کاهشی متفاوتی دارد، تعداد سلول‌های گالوانی که می‌توان ساخت برابر است با:

$$\binom{۴}{۲} = \frac{۴(۴-۱)}{۲} = ۲\times۳ = ۶$$

برای پی بردن به درستی این عبارت، می‌توانستیم ۴ تیغه فلزی را به ترتیب پتانسیل کاهشی مرتب کنیم و ببینیم اگر هر تیغه را به عنوان کاتد قرار دهیم، چند تیغه را می‌توان به عنوان آند انتخاب کرد. در این حالت، داریم:

تعداد سلول‌های گالوانی $= ۳ + ۲ + ۱ = ۶$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اغلب فلزها(نه همه آن‌ها)، در واکنش با نافلزها یک یا چند الکترون خود را به نافلزها منتقل می‌کنند. به عنوان یک مثال رد کننده، فلز طلا(Au) در طبیعت به صورت آزاد یافت می‌شود و تمایلی برای واکنش با نافلزهایی مانند اکسیژن ندارد.

در محیط پیرامون ما واکنش‌های اکسایش-کاهش زیادی مانند سیاه‌شدن وسایل نقره‌ای، خوردگی آهن و سایر فلزات، فساد مواد غذایی و ... در حال انجام‌شدن هستند که مطلوب ما نبوده و گاهی زیان‌هایی را به دنبال دارند. برای مثال، سالانه صدها میلیون تن از فلزهای گوناگون برای ساختن اسکله نفتی، اسکلت ساختمان‌ها و پل‌ها، کشتی، لوکوموتیو و راه‌آهن و ... مصرف می‌شود. هنگامی که فلزها در مجاورت با اکسیژن هوا قرار می‌گیرند، اغلب اکسایش یافته و به شکل اکسید درمی‌آیند. خوردگی به فرایند تردشدن، خردشدن و فروریختن فلزها بر اثر واکنش‌های اکسایش-کاهش گفته می‌شود. زنگ‌زدن آهن، تیره‌شدن نقره و زنگار سبز ایجادشده بر سطح مس، نمونه‌هایی از فرایند خوردگی هستند.

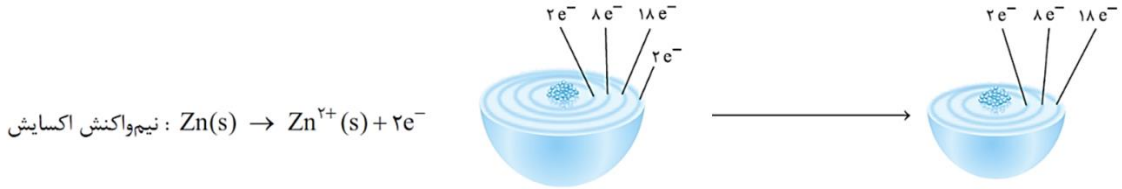
۲) واکنش سوختن منیزیم به صورت زیر انجام می‌شود و به ازای تولید ۲ مول منیزیم اکسید، ۴مول الکترون مبادله می‌شود:

$$۲Mg(s) + O_۲(g) \rightarrow ۲MgO(s)$$

بر این اساس داریم:

$$?\, e^- = ۱۶\, g\, MgO \times \frac{۱\, mol\, MgO}{۴۰\, g\, MgO} \times \frac{۴\, mol\ e^-}{۲\, mol\, MgO} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\, e^-}{۱\, mol\, e^-} = ۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۳}$$

۳) با توجه به مقایسهٔ $E^\circ(Zn^{۲+}/Zn) < E^\circ(H^+/H_۲)$، بر اثر قرار دادن تیغه فلز روی(Zn) در محلول اسیدی(محلول HCl)، فلز روی به تدریج اکسید شده و گاز $H_۲$ تولید می‌شود. تصویر زیر، نمایی از نیم‌واکنش اکسایش انجام شده طی این فرایند را نشان می‌دهد:



توجه داریم که از واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید، گاز اکسیژن تولید می‌شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:

$$۲H_۲O_۲(l) \rightarrow ۲H_۲O(l) + O_۲(g)$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- چند مورد از مطالب زیر درباره ورقه گالوانیزه، درست هستند؟

آ) اگر ورقه گالوانیزه خراش دیده در معرض هوا و رطوبت قرار گیرد، فلزی که زیرلایه $۳d$ آن پر است، اکسید می‌شود.

ب) در سلول گالوانی تشکیل شده در سطح آهن گالوانیزه خراش دیده، جهت حرکت الکترون از سمت روی به آهن است.

پ) به دلیل واکنش فلز روی با مواد غذایی، از ورقه گالوانیزه برخلاف حلبی برای ساخت قوطی کنسرو استفاده نمی‌شود.

ت) در آهن گالوانیزه، با هر دو رویکرد حفاظت فیزیکی و حفاظت کاتدی از خوردگی فلز آهن جلوگیری می‌شود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

ساختار ورقه‌های گالوانیزه به صورت زیر است:

Zn(s)
Fe(s)

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش در آهن گالوانیزه خراش دیده، به صورت زیر هستند:

نیم‌واکنش کاهش : $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ نیم‌واکنش اکسایش : $Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$

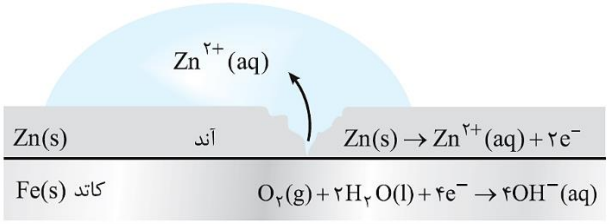
بر این اساس، همه عبارت های داده شده درست هستند.

بررسی موارد:

آ) در ورقه گالوانیزه خراش دیده، فلز روی (Zn) اکسید می‌شود. توجه داریم که در آرایش الکترونی اتم این فلز، زیرلایه $3d$ پر است:

$[_{30}Zn] = [_{18}Ar]\, 3d^{10} 4s^2$

ب) در سلول‌های گالوانی، جهت حرکت الکترون‌ها از سمت آند به سمت کاتد است. در ورق گالوانیزه خراش دیده، الکترون‌های حاصل از اکسایش آند(فلز روی) به سطح کاتد (فلز آهن) منتقل می‌شوند. تصویر زیر، نمایی از ورق گالوانیزه خراشیده شده را نشان می‌دهد:



پ) از آنجا که اسیدهای موجود در مواد غذایی با فلز روی واکنش می‌دهند، از ورق گالوانیزه نمی‌توان در ساخت ظروف بسته‌بندی استفاده کرد. توجه داریم که اسیدهای ضعیف موجود در مواد غذایی بر فلز قلع (Sn) موجود در حلبی اثر نمی‌کنند.

ت) در آهن گالوانیزه، قبل از ایجاد خراش، فلز روی از طریق حفاظت فیزیکی از خوردگی آهن جلوگیری می‌کند و پس از ایجاد خراش، آهن به واسطه حفاظت کاتدی خورده نمی‌شود.

تا قبل از ایجاد هر گونه خراشی در سطح آهن گالوانیزه(آهن سفید)، فلز روی به عنوان یک پوشش محافظ از خوردگی آهن جلوگیری می‌کند. توجه داریم که در این شرایط خود روی نیز به خاطر ایجادشدن یک لایه متراکم از $ZnO(s)$ در سطح آن، دچار خوردگی نمی‌شود. هنگامی که خراشی در سطح آهن گالوانیزه پدید می‌آید، هر دو فلز(روی و آهن) در مجاورت با اکسیژن و رطوبت قرار می‌گیرند و برای از دست دادن الکترون (اکسایش‌یافتن) رقابت می‌کنند. از آن‌جا که E° فلز روی از E° آهن کم‌تر است، فلز روی در این رقابت پیروز شده و در نقش آند اکسید می‌شود و از آهن به عنوان یک محافظ کاتدی در مقابل خوردەشدن محافظت می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام موارد از عبارت‌های زیر درباره مولکول XY_3، درست است؟

آ) اگر در نقشه پتانسیل آن به اتم مرکزی δ^+ نسبت داده شود، اتم‌های Y به رنگ آبی مشخص خواهند شد.

ب) اگر نیروی بین مولکولی غالب در این ماده از نوع پیوند هیدروژنی باشد، مولکول‌های آن قطعا قطبی هستند.

پ) اگر هر دو عنصر X و Y در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای قرار داشته باشند، مولکول XY_3 ساختاری مسطح خواهد داشت.

ت) اگر با نزدیک شدن میله شیشه‌ای، باریکه مایع از این ماده انحراف یابد، اتم مرکزی آن قطعا دارای بار جزئی منفی است.

۱) آ و پ ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

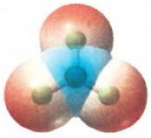
عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی هر مولکول، اتم‌هایی که به آن‌ها بار جزئی مثبت نسبت داده می‌شود، به رنگ آبی و اتم‌هایی که به آن‌ها بار جزئی منفی نسبت داده می‌شود، به رنگ قرمز نشان داده می‌شوند. اگر اتم مرکزی مولکول XY_3 بار جزئی مثبت داشته باشد، اتم‌های Y بار جزئی منفی داشته و به رنگ قرمز مشخص خواهند شد.

ب) نیروی بین مولکولی غالب در مولکول‌های کوچک که دارای حداقل یکی از پیوندهای $N-H$، $O-H$ یا $F-H$ در ساختار خود هستند، از نوع پیوند هیدروژنی است. بنابراین مولکول XY_3 همان NH_3 است که مولکولی قطبی به شمار می‌رود. توجه داریم که اتم مرکزی مولکول مورد نظر، نمی‌تواند اکسیژن یا فلوئور باشد زیرا این دو اتم با اتم هیدروژن، به ترتیب مولکول‌های H_2O و HF را تشکیل می‌دهند.

پ) در شرایط داده شده، دو عنصر X و Y به ترتیب معادل با S و O هستند و مطابق شکل زیر، ساختار مولکول SO_3 مسطح است.



ت) اگر مولکول XY_3 یک مولکول قطبی باشد، باریکه XY_3 در حالت مایع، با نزدیک شدن میله شیشه‌ای انحراف خواهد یافت. توجه داریم که اتم مرکزی مولکول قطبی XY_3 می‌تواند مانند ترکیب NF_3، بار جزئی مثبت داشته باشد.

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

۱۰۲- چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟ ($O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

آ) الماس، رسانای گرما بوده و در ساختار بلوری ۱۵ گرم از آن، $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۴}$ پیوند اشتراکی وجود دارد.

ب) پختن نان بر روی دانه‌های سنگ نشان از مقاومت گرمایی فراوان‌ترین اکسید موجود در پوسته جامد زمین دارد.

پ) اگر اتم‌های فلوئور مولکول $CF_۴$ با اتم هیدروژن جایگزین شوند، عدد اکسایش اتم کربن در این ترکیب تغییر نمی‌کند.

ت) درصد جرمی اکسیژن در ساختار مولکول گلوکز، از درصد جرمی اکسیژن در اتیلن گلیکول بیشتر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۲۰۳)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

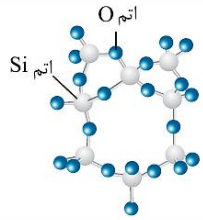
آ) الماس، رسانای گرما است اما برخلاف گرافیت، جریان الکتریسیته را از خود عبور نمی‌دهد. توجه داریم که در ساختار الماس، هر اتم C به ۴ اتم C دیگر متصل است. از آنجا که هر پیوند اشتراکی بین دو اتم کربن وجود دارد، تعداد کل پیوندهای اشتراکی در ساختار بلوری با n اتم کربن برابر با $\frac{۱}{۲} \times ۴n = ۲n$ خواهد بود. بر این اساس داریم:

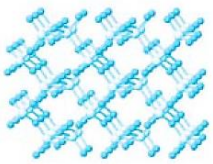
$$\text{؟ پیوند اشتراکی} = ۱۵\ g\ C \times \frac{۱\ mol\ C}{۱۲\ g\ C} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{اتم}\ C}{۱\ mol\ C} \times \frac{۲n\ \text{پیوند اشتراکی}}{n\ C\ \text{اتم}} = ۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۲۴}$$

سیلیس(سیلیسیم دی‌اکسید)، سیلیسیم، سیلیسیم کربید، گرافیت و الماس در دسته مواد کووالانسی قرار می‌گیرند. این گروه از مواد شامل شمار بسیار زیادی از اتم‌ها می‌شوند که توسط پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده‌اند. از آن‌جا که این مواد در دما و فشار اتاق به حالت جامد هستند، آن‌ها را با نام جامدهای کووالانسی نیز می‌خوانند. یافته‌های تجربی نشان می‌دهند که عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت، کربن و سیلیسیم هستند. علاوه بر کربن و سیلیسیم، عنصر اکسیژن نیز در ساختار برخی از جامدهای کووالانسی وجود دارد. کربن یک عنصر نافلزی و سیلیسیم نیز یک عنصر شبه‌فلزی از گروه چهاردهم جدول تناوبی است. اتم‌های این عناصر در واکنش با سایر اتم‌ها، الکترون به اشتراک گذاشته و پیوند کووالانسی(اشتراکی) تشکیل می‌دهند و به همین خاطر، از آن‌ها تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

ب) فراوان‌ترین اکسید در پوسته جامد زمین سیلیس($SiO_۲$) است. این ماده یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها است و به علت مقاومت گرمایی بالای آن، می‌توان از دانه‌های درشت سنگ برای پختن نان سنگک استفاده کرد.

ساختار این ماده به صورت زیر است:





برای ذوب کردن یا خردکردن سیلیس و سایر جامدهای کووالانسی، باید بر پیوندهای اشتراکی بین اتم‌های موجود در این مواد غلبه کرد. به همین خاطر، جامدهای کووالانسی دیرگداز بوده و علاوه بر سختی زیاد، نقطهٔ ذوب بالایی نیز دارند. به عنوان مثال، پخته‌شدن نان سنگک بر روی دانه‌های درشت سنگ را می‌توان نشان از مقاومت گرمایی سیلیس و دیرگدازبودن آن دانست. در نقطه‌ی مقابل، برای ذوب یخ باید بر پیوندهای هیدروژنی موجود در ساختار این ماده غلبه کنیم. از آنجا که قدرت پیوندهای هیدروژنی موجود در ساختار یخ کمتر از قدرت پیوندهای کووالانسی موجود در سیلیس است، می‌توان گفت برای ذوب یخ به انرژی کمتری نیاز داریم.

پ) با توجه به مقایسه قدرت نافلزی عناصر داده شده که به صورت $H < C < F$ است، عدد اکسایش اتم کربن در ساختار مولکول‌های $CF_۴$ و $CH_۴$ به ترتیب برابر ۴+ و ۴- است.

ت) فرمول مولکولی گلوکز به صورت $C_۶H_{۱۲}O_۶$ بوده و فرمول شیمیایی اتیلن گلیکول $C_۲H_۶O_۲$ است؛ بر این اساس داریم:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن در گلوکز} = \frac{(۶ \times ۱۶)}{(۶ \times ۱۶) + (۶ \times ۱۲) + (۱۲ \times ۱)} \times ۱۰۰ = \frac{۹۶۰۰}{۱۸۰} \simeq \text{درصد } ۵۳$$

$$\text{درصد جرمی اکسیژن در اتیلن گلیکول} = \frac{(۲ \times ۱۶)}{(۲ \times ۱۶) + (۲ \times ۱۲) + (۶ \times ۱)} \times ۱۰۰ = \frac{۳۲۰۰}{۶۲} \simeq \text{درصد } ۵۱/۶$$

بنابراین درصد جرمی اکسیژن در گلوکز، بالاتر است. توجه داریم که از محلول اتیلن گلیکول به عنوان ضدیخ استفاده می‌شود. این ترکیب قطبی در آب محلول و در هگزان نامحلول است. این ماده همچنین یکی از مونومرهای به کار رفته در سنتز پلی اتیلن ترفتالات است که در ساخت بطری‌های آب بکار می‌رود.

۱۰۳- کدام‌یک از مطالب داده شده، درباره معادله موازنه نشده زیر نادرست است؟ (حجم محلول اولیه را یک لیتر در نظر بگیرید.)

$$VO_3^-(aq) + H^+(aq) + Zn(s) \rightarrow V^{2+}(aq) + Zn^{2+}(aq) + H_2O(l)$$

۱) نسبت مجموع ضرایب فراورده‌های یونی به واکنش‌دهنده‌های یونی در معادله موازنه شده برابر با $\frac{5}{14}$ است.

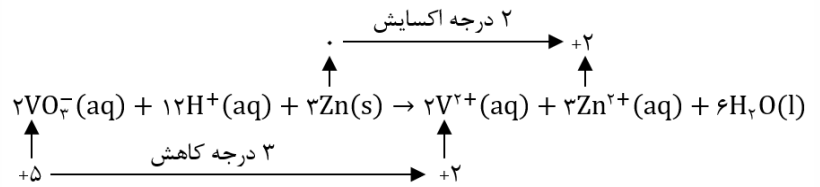
۲) یون VO_3^- در واکنش‌های اکسایش–کاهش، تنها می‌تواند در نقش گونه اکسنده ظاهر شود.

۳) طی واکنش شیمیایی انجام شده در این فرایند، رنگ محلول از زرد به بنفش تغییر می‌کند.

۴) اگر بر اثر انجام واکنش، pH محلول از ۲ به ۲/۳ افزایش یابد، کمی بیشتر از ۰/۰۰۱۲۵ مول یون Zn^{2+} تولید خواهد شد.

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۴۰۳)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



طی این فرایند، غلظت یون H^+ در محلول از $10^{-2} mol.L^{-1}$ در محلول اولیه به $5 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$ در محلول نهایی رسیده است. چون $10^{-3} \times 10^{0/7} = 5 \times 10^{-3}$ در واکنش مورد نظر آب به عنوان فراورده تولید می‌شود، بنابراین می‌توان گفت تعداد مول یون H^+ موجود در محلول مورد نظر از $0/01\ mol$ در محلول اولیه به $0/005 \times (1+V)\ mol$ می‌رسد و درنتیجه تغییر تعداد مول H^+ کمتر از $0/005\ mol$ خواهد بود. اگر تغییر تعداد مول‌های یون هیدروژن را به تقریب برابر با $0/005\ mol$ در نظر بگیریم، داریم:

$$?\ mol\ Zn^{2+} = 0/005\ mol\ H^+ \times \frac{3\ mol\ Zn^{2+}}{12\ mol\ H^+} = 0/00125\ mol\ Zn^{2+}$$

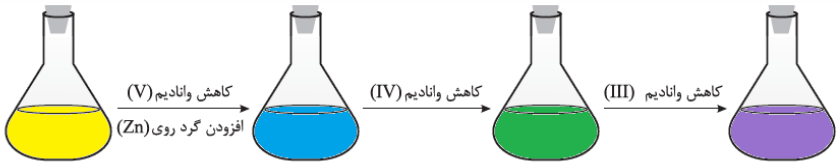
بنابراین کمی کمتر از $0/00125\ mol$ یون Zn^{2+} طی این فرایند تولید خواهد شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به معادله واکنش مورد نظر، نسبت مجموع ضرایب فراورده‌های یونی به واکنش‌دهنده‌های یونی برابر با $\frac{5}{14} = \frac{2+3}{2+12}$ خواهد بود.

۲) از آنجا که در یون VO_3^-، اتم وانادیم به بالاترین عدد اکسایش خود یعنی ۵+ رسیده است؛ پس می‌توان گفت یون VO_3^- در واکنش‌های اکسایش–کاهش مختلف، تنها می‌تواند نقش اکسنده را ایفا کند. توجه داریم که آرایش الکترونی اتم وانادیم در حالت خنثی به $3d^3 4s^2$ ختم می‌شود.

۳) مطابق شکل زیر، محلول نمک وانادیم (V) و محلول نمک وانادیم (II) به ترتیب زرد و بنفش هستند.



محلول	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (II)
رنگ محلول	زرد	آبی	سبز	بنفش
آرایش الکترونی وانادیم	وانادیم در این محلول به شکل یون چندا تمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چندا تمی است.	$[_{18}Ar]3d^2$	$[_{18}Ar]3d^3$

۱۰۴- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد از عبارت‌های داده شده، نادرست هستند؟

۱) $2NO_2(g) \rightarrow 2NO(g) + O_2(g)$, $E_a = 112kJ$, $\Delta H = +76kJ$

۲) $2N_2O(g) \rightarrow 2N_2(g) + O_2(g)$, $E_a = 245kJ$, $\Delta H = -164kJ$

آ) در واکنشی که سطح انرژی فراورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر است، یک گاز قهوه‌ای رنگ تجزیه می‌شود.

ب) در شرایط یکسان از نظر دمای محیط و غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش، سرعت واکنش گرماگیر کمتر است.

پ) نسبت اختلاف سطح انرژی قله تا سطح انرژی فراورده در واکنش اول کمتر از ۰/۰۹ برابر واکنش دوم است.

ت) با افزایش دما، سرعت واکنش اول برخلاف واکنش دوم افزایش می‌یابد.

۱) آ و ب ۲) آ و پ ۳) ب و ت ۴) پ و ت

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی موارد:

آ) گاز NO_2 یک گاز قهوه‌ای رنگ است. از آنجا که آنتالپی واکنش تجزیه این گاز مثبت است، پس می‌توان گفت که در این واکنش، سطح انرژی فراورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

ب) در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، سرعت واکنش اول که یک واکنش گرماگیر است، بیشتر از واکنش دیگر است. توجه داریم که هر چه انرژی فعال‌سازی یک واکنش (E_a) کم‌تر باشد، سرعت انجام آن واکنش بیشتر است.

پ) در رابطه با واکنش‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{اختلاف انرژی قله و فراورده در واکنش (۱)} = E_a - \Delta H = ۱۱۲ - ۷۶ = ۳۶\ kJ \\ \text{اختلاف انرژی قله و فراورده در واکنش (۲)} = E_a + |\Delta H| = ۲۴۵ + ۱۶۴ = ۴۰۹\ kJ \end{array}\right\} \rightarrow \text{نسبت موردنظر} = \frac{۳۶}{۴۰۹} = ۰/۰۸۸ < ۰/۰۹$$

ت) با افزایش دما، انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها تامین شده و بر این اساس، سرعت هر دو واکنش افزایش می‌یابد. توجه داریم که تاثیر دما بر سرعت یک واکنش، مستقل از گرماگیر یا گرماده بودن آن واکنش است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- چند مورد از مطالب داده شده درباره تعادل زیر، درست است؟ (حجم ظرف ۲ لیتر و ثابت تعادل $۰/۲۵L^2.mol^{-2}$ است.)

$$CS_2(g) + H_2(g) \rightleftharpoons CH_4(g) + H_2S(g)$$ **(معادله واکنش موازنه شود.)**

آ) اگر ۲ مول از هر کدام از مواد ناقطبی در تعادل وجود داشته باشند، غلظت مولی ماده قطبی $۰/۵mol.L^{-1}$ خواهد بود.

ب) همانند واکنش تولید اوزون با استفاده از گاز اکسیژن، با افزایش فشار واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

پ) در صورت خارج کردن مقداری از گاز H_2S موجود در این تعادل، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

ت) در صورتی که بدانیم این واکنش گرماده است، با افزایش دما ثابت تعادل واکنش افزایش خواهد یافت.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۲۰۴)

به جز عبارت (ت)، سایر عبارت‌های داده شده درست‌اند.

بررسی موارد:

آ) معادله واکنش موازنه شده به صورت زیر است:

$$CS_2(g) + ۴H_2(g) \rightarrow CH_4(g) + ۲H_2S(g)$$

بنابراین ثابت تعادل واکنش برابر خواهد بود با:

$$K = \frac{[CH_4] \times [H_2S]^2}{[CS_2] \times [H_2]^4} = \frac{n_{CH_4} \times n_{H_2S}^2}{n_{CS_2} \times n_{H_2}^4} \times (\frac{۱}{V})^{۳-۵} = \frac{۲ \times x^2}{۲ \times ۲^4} \times (\frac{۱}{۲})^{-2} = ۰/۲۵ \rightarrow \frac{x^2}{۲^4} \times ۲^2 = \frac{۱}{۲^2} \rightarrow x^2 = \frac{۲^4}{۲^4} = ۱\ mol$$

پس غلظت مولی H_2S در حالت تعادل برابر با $\frac{۱}{۲} = ۰/۵\ mol.L^{-1}$ خواهد بود. توجه داریم که مولکول‌های CS_2، H_2 و CH_4 ناقطبی بوده و مولکول H_2S نیز قطبی است.

ب) با افزایش فشار، واکنش تعادلی داده شده در جهت تعداد مول‌های گازی کمتر(یعنی جهت رفت) جابه‌جا می‌شود. توجه داریم که در واکنش تولید اوزون از اکسیژن که معادله آن به صورت $۳O_2 \rightleftharpoons ۲O_3$ است نیز افزایش فشار باعث جابه‌جایی واکنش در جهت رفت می‌شود.

پ) با خارج کردن مقداری از گاز هیدروژن سولفید از ظرف واکنش، تعادل در جهت تولید H_2S یعنی جهت رفت، جابه‌جا خواهد شد.

ت) در واکنش‌های گرماده، با افزایش دما تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و در نتیجه مقدار عددی ثابت تعادل کاهش خواهد یافت.

گروه آموزشی ماز

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze
www.biomaze.ir

سری کتاب‌های جمع‌بندی در ۲۴ ساعت گروه آموزشی ماز

جهت تهیه این کتاب‌ها به سایت Bookital.ir یا اپلیکیشن بوکیتال مراجعه کنید.

از یکشنبه ۲۸ خرداد

دانلود نسخه اندروید

دانلود نسخه ios

دانلود نسخه ویندوز

Bookital.ir

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

کتاب الکترونیکی بوکیتال

بوکیتال یه پلتفرم الکترونیکی و آموزشیه که بهتون کمک میکنه در هر زمان و مکانی به کتاب‌های کمک درسیتون دسترسی داشته باشین و ازشون استفاده کنین 🤩

تاریخچه ی کتاب الکترونیکی :

یکم برگردیم عقب؟ 😀

نزدیک به ۶۰۰ سال از زمانی که گوتنبرگ اولین ماشین چاپ رو اختراع کرد، می‌گذره. توی این سال‌ها فرآیند چاپ و نشر تغییرات زیادی کرد تا کتاب‌ها سریع‌تر تولید بشن و در دسترس آدم‌های بیشتری قرار بگیرن. 👫👬

با پیشرفت تکنولوژی، شکل جدیدی از کتاب به نام کتاب الکترونیکی (ebook) به وجود اومد 👨‍💻

حالا بوکیتال چه کمکی بهمون میکنه؟

۱. بوکیتال این بستر رو برات فراهم میکنه تا بتونی همه‌ی کتاب های کمک درسیت رو در یک اپلیکیشن کنار هم داشته باشی و همه جا با خودت ببریشون

۲. تولید کمتر کاغذ به حفظ محیط زیستمون کمک میکنه 🌳

۳. هزینه‌ی کتاب‌های الکترونیک خیلی کمتر از کتاب های چاپ شده ست 💵

۴. یک بار هرکتابی رو میخری ولی با هر چاپ جدید و آپدیت محتوای کتاب، بهش دسترسی کامل داری! 😎

امکانات اپلیکیشن جوری طراحی شده که یه دانش آموز بتونه به راحتی از کتاب کمک درسیش استفاده کنه

امکاناتی مثل :

- ✓ خرید و مطالعه کتاب
- ✓ امکان هایلایت کردن
- ✓ امکان یادداشت گذاری در صفحات
- ✓ امکان نشان دار کردن صفحات برای مرور مجدد
- ✓ امکان خط کشی
- ✓ پاک کردن (یادداشت ها ، خط کشی ها و هایلایت ها)
- ✓ ذخیره کردن تمامی تغییرات بعد از هر بار استفاده از کتاب
- ✓ امکان انتقال به صفحات مورد نظر از طریق فهرست مطالب
- ✓ امکان جست وجوی کلمات
- ✓ وضعیت نایت مود

.....وارد سایتمون به آدرس bookital.ir بشید و اپلیکیشن رو دانلود و نصب کنید ❤️.....

برای دسترسی به محتواهای رایگان مفید همین الآن وارد کانال گروه آموزشی ماز شوید https://t.me/biomaze

این فایل شامل اولین مرحله آزمون جامع ماز ویژه کنکور ۱۴۰۲ می‌باشد.

راستی با استفاده از کد تخفیف زیر میتونی در همایش های جمع بندی ماز **رایگان** شرکت کنی.

شنبه ۲۷ خرداد	شیمی (دکتر هادیان فرد)
یک‌شنبه ۲۸ خرداد	
چهارشنبه ۳۱ خرداد	حسابان (استاد عزیزی)
پنج‌شنبه ۱ تیر	
شنبه ۳ تیر	فیزیک (استاد رحمانی)
یک‌شنبه ۴ تیر	
سه‌شنبه ۶ تیر	ریاضیات گسسته (استاد دارابی)
چهارشنبه ۷ تیر	هندسه (استاد حسن‌زاده)

https://b2n.ir/x78052

کد تخفیف ۱۰۰ درصدی : hamayesh402

گروه آموزشی ماز